Marco Giovanelli

Leibniz-Äquivalenz vs. Einstein-Äquivalenz

Was man von der Logisch-Empiristischen (Fehl-)Interpretation des Punkt-Koinzidenz-Arguments lernen kann

Zusammenfassung

Die Entdeckung, dass Einsteins berühmtes Punkt-Koinzidenz-Argument zur allgemeinen Kovarianz tatsächlich eine Reaktion auf die Lochbetrachtung war, hat in den vergangenen 30 Jahren zu einer intensiven philosophischen Debatte geführt. Auch wenn die philosophischen Konsequenzen äußerst kontrovers gesehen werden, stimmen die Protogonisten doch darin überein, das Argument als Ausdruck von Leibniz-Äquivalenz, mithin als eine moderne Version von Leibniz berühmten Ununterscheidbarkeitsargumenten gegen Newtons absoluten Raum aufzufassen. Ziel des Aufsatzes ist es zu zeigen, dass der Bezug zu Leibniz, wenn auch auf den ersten Blick plausibel, tatsächlich in vielerlei Hinsicht irreführend ist. Insbesondere wird dahingehend argumentiert, dass die Logischen Empiristen ein signifikantes historisches Beispiel für einen Versuch darstellen, das Punkt-Koinzidenz Argument als ein Ununterscheidbarkeitsargument im Sinne von Leibniz, ähnlich denen im 19. Jahrhundert von Helmholtz, Hausdorff und Poincaré vorgebrachten, zu deuten. Dieser Deutung der Allgemeinen Relativitätstheorie gelingt es aber nicht, das eigentlich philosophisch Neue von Einsteins Theorie plausibel zu interpretieren. Wenn Einsteins Punkt-Koinzidenz/Lochargument als ein Ununterscheidbarkeitsargument angesehen werden soll, kann dies kein Argument à la Leibniz sein. Vielmehr hat Einstein ein neuartiges Ununterscheidbarkeitsargument eingeführt, das vielleicht besser als ‚Einstein-Äquivalenz' charakterisiert werden sollte. Durch Aufnahme und Weiterentwicklung einiger Ideen von Weyl wird gezeigt, dass Leibniz' Argumente zwar das Konzept der ‚Symmetrie' in die Wissenschaftsgeschichte eingebracht haben, Einsteins Argument aber etwas antizipiert hat, was heute gewöhnlich ‚Eichfreiheit' genannt wird. Wird im ersten Fall die Ununterscheidbarkeit durch ein zu wenig an mathematischer Struktur erzeugt, so ist sie im zweiten Fall gerade die Folge eines Überschusses an mathematischer Struktur.

philosophia naturalis 50 / 2013 / 1

Abstract

The discovery that Einstein's celebrated argument for general covariance, the 'point-coincidence argument', was actually a response to the 'hole argument' has generated an intense philosophical debate in the last thirty years. Even if the philosophical consequences of Einstein's argument turned out to be highly controversial, the protagonists of such a debate seem to agree on considering Einstein's argument as an expression of 'Leibniz equivalence', a modern version of Leibniz's celebrated indiscernibility arguments against Newton's absolute space. The paper attempts to show that the reference to Leibniz, however plausible at first sight, is actually in many respects misleading. In particular it is claimed that the Logical Empiricists offer a significant historical example of an attempt to interpret the point-coincidence argument as an indiscernibility argument in the sense of Leibniz, similar to those used in 19th century by Helmholtz, Hausdorff or Poincaré. However the logical empiricist account of General Relativity clearly failed to grasp the philosophical novelty of Einstein's theory. Thus, if Einstein's point coincidence/hole argument can be regarded as an indiscernibility argument, it cannot be an indiscernibility argument in the sense of Leibniz. Einstein rather introduced a new form of indiscernibility argument, which might be better described as an expression of 'Einstein-equivalence'. Developing some ideas of Weyl it is argued that, whereas Leibniz's arguments introduced the notion of 'symmetry' in the history of science, Einstein's argument seems to anticipate what we now call 'gauge freedom'. If in the first case indiscernibility arises from a lack of mathematical structure, in the second case it is a consequence of a surplus of mathematical structure.

1. Einleitung

In der Fachliteratur ist es mittlerweile üblich geworden, Einsteins sogenanntes Punkt-Koinzidenz-Argument, seine Antwort auf die berühmte ‚Lochbetrachtung' (inzwischen auch im deutschsprachigen Raum Loch-Argument genannt), als Ausdruck von Leibniz-Äquivalenz (Earman und Norton, 1987) zu betrachten. In dieser Gedankenlinie würde Einsteins Loch-Argument eindeutig dem Leibnizschen Verschiebungsargument gegen den Newtonschen absoluten Raum ähneln. Insbesondere in Einsteins Argument würde das, was wir inzwischen als „Diffeomorphismen"[1] bezeichnen, die gleiche Rolle wie die „Verschiebungen"[2] in Leibniz' Argument gegen Clarke spielen. In beiden Fällen können ‚Welten', die durch bestimmte Transformationen aufeinander abgebildet werden, als *dieselbe* ‚Welt' bezeichnet werden.

In einem bahnbrechenden Beitrag entwickelten John Earman und John D. Norton (1987) diesen Zusammenhang ausführlich. Die Protagonisten der umfangreichen Debatte, die von diesem Aufsatz ausgelöst wurde,[3] befürworten die Analogie zwischen Loch-Argument/Verschiebungsargument entschieden oder nehmen sie als ein polemisches Ziel auf.[4] Aus dieser Sicht sollte das Punkt-Koinzidenz-Argument als ein „neues Leibnizsches Argument“ (Bartels, 1994; 1996) betrachtet werden.[5]

Ziel dieses Aufsatzes ist es aufzuzeigen, dass die Bezugnahme auf Leibniz in diesem Zusammenhang in vielerlei Hinsicht irreführend ist. Es geht dabei weniger um historische Genauigkeit, als um die philosophische Würdigung der grundlegenden Neuheit von Einsteins Ununterscheidbarkeitsargument im Vergleich zu denen von Leibniz. Ich behaupte, dass es möglich ist, diesen Umstand mittels einer historisch-kritischen Rekonstruktion der Rolle der Leibnizschen Ununterscheidbarkeitsargumente in der logisch-empiristischen Interpretation der Allgemeinen Relativitätstheorie zu beleuchten.

Indem sie dem gewichtigen Interpretationsansatz von Moritz Schlick folgten, haben sich die Logischen Empiristen explizit bemüht, das Punkt-Koinzidenz-Argument als eine Unterscheidbarkeit Leibnizscher Art zu verstehen, gleich den Argumenten, die in der philosophischen Debatte über Geometrie im 19. Jahrhundert weit verbreitet waren. In einer solchen Interpretation spielen beliebige stetige Verformungen der Welt, die die Nachbarschaft der Punkte erhalten, gerade die Rolle der Verschiebungen in Leibniz’ ursprünglichem Argument. Allerdings vermochten die Logischen Empiristen durch diese Strategie keine plausible philosophische Interpretation der allgemeinen Relativitätstheorie zu liefern.[6] Deswegen könnte eine historische Analyse der Gründe und Ursprünge dieser philosophisch tiefgründigen und physikalisch höchst informierten, aber letztes Ende gescheiterten Interpretation zeigen, dass der Vergleich zwischen Leibniz’ Ununterscheidbarkeitsargumenten und Einsteins Punkt-Koinzidenz-Argument/Lochbetrachtung irreführend ist. M.E. könnte dies zu einem wichtigen systematischen Ergebnis führen: *Leibniz und Einstein formulierten zwei verschiedene Arten von Ununterscheidbarkeitsargumenten* oder, anders ausgedrückt, Einstein führte eine neue Form von Ununterscheidbarkeitsargumenten ein, die sich von der klassischen, von Leibniz in der Korrespondenz mit Clarke formulierten, unterscheidet.

In dieser Hinsicht wird das wissenschaftliche und philosophische Werk Hermann Weyls eine fundamentale Rolle für diesen Aufsatz spielen: Weyl bietet m. E. nicht nur den Schlüssel zum Verständnis der Bedeutung von Ununterscheidbarkeitsargumenten à la Leibniz, sondern er hat auch einen wichtigen Hinweis für das Verständnis ihres Unterschieds zu Ununterscheidbarkeitsargumenten á la Einstein gegeben. Obwohl die Literatur zur ‚Lochbetrachtung' sehr umfangreich ist, glaube ich, dass diese Intuition Weyls bisher nicht berücksichtigt wurde.

Dieser historisch-kritischen Rekonstruktion folgend, glaube ich, dass es möglich ist aufzuzeigen, dass Einstein eine neue Form von Ununterscheidbarkeitsargumenten entwickelt hat, die mit Leibniz' ursprünglichen Ununterscheidbarkeitsargumenten keinesfalls verwechselt werden darf, wie es jedoch üblicherweise in der Fachliteratur geschieht. In einer ersten Annäherung können wir folgendes festhalten: Die ‚*Leibniz-Ununterscheidbarkeit*' ist die Folge von anscheinend physikalischen Unterschieden, die ihren Ausdruck im mathematischen Apparat der Theorie nicht finden können; das, was wir als ‚*Einstein-Ununterscheidbarkeit*' bezeichnen können, ist dagegen die Folge von anscheinend mathematischen Unterschieden, denen in der physikalischen Realität nichts korrespondiert. Die These, zu der meine Darlegung führen soll, ist also, dass eine Verwechslung dieser beiden Formen der Ununterscheidbarkeit unter dem Ausdruck ‚Leibniz-Äquivalenz' faktisch eine Untergrabung der bahnbrechenden Wichtigkeit des berühmten Einsteinschen Arguments bedeutet. Der Ausdruck ‚Einstein-Äquivalenz' könnte dagegen Einsteins Verdienst in gebührendem Maße würdigen.

2. Leibniz' Ununterscheidbarkeitsargumente: Ein Weylscher Ansatz

Hermann Weyl war vielleicht der erste, der die Tiefe der „philosophische[n] Wendung" (Weyl, 1952, 127) erkannte, die Leibniz dem einfachen geometrischen Begriff der geometrischen ‚Ähnlichkeit' gab. In einem Buch über Gruppentheorie schrieb er diesbezüglich: „Leibnitz [sic] declared: two figures are similar or equivalent if they cannot be distinguished from each other when each is considered by itself […] they have every imaginable property of objective meaning in common, in spite of being individually different" (Weyl, 1939, 15). Nach Weyl hat Leibniz deswegen „the true general meaning of similitude" (ebd.) getroffen.

Weyls Interpretationsansatz kann eine Bestätigung in Leibniz' philosophischen Reflexionen über die Geometrie finden, deren Wichtigkeit jüngst in der Fachliteratur hervorgehoben wurde.[7] Leibniz' berühmter Definition der Ähnlichkeit zufolge sind zwei Figuren ähnlich, wenn sie separat betrachtet ununterscheidbar sind. Ähnliche Figuren (die die gleiche Form, aber eventuell unterschiedliche Größe haben) sind ‚dieselbe' Figur für den Geometer. Ihr Unterschied kann nicht ‚begrifflich' ausgedrückt werden, sondern enthüllt sich lediglich durch einen ‚anschaulichen Vergleich' (Couturat, 1902/1961, 412), also durch das, was Leibniz comperceptio nennt.[8]

Es ist möglich aufzuzeigen, dass die berühmten Leibnizschen Gedankenexperimente gerade dazu dienen, Idealfälle zu zeigen, bei denen die Möglichkeit solch eines Vergleiches fiktional ausgeschlossen ist. Wenn „auf irgendeine Weise nun Gott alles ändern würde, indem er die Proportionen aufrecht erhält, verlieren wir jedes Maß und können nicht wissen, um wie viel sich die Sachen verändert haben" (GM, VII, 276). In gängiger Terminologie, die auf Leibniz zurückgeht, wären das ursprüngliche und das transformierte Universum ‚ununterscheidbar'. Auf diese Weise ist dieses Leibnizsche *Nocturnal-doubling*-Gedankenexperiment einfach das Gegenstück seiner Definition der Ähnlichkeit.[9]

Leibniz war zutiefst von der Überlegenheit seiner eigenen Definition von Ähnlichkeit überzeugt, sodass er sich wiederholt um eine entsprechende phänomenologische Auffassung des *Kongruenz*begriffs bemühte.[10] Zwei Figuren sind kongruent, wenn sie erst unterschieden werden können, wenn gleichzeitig ein drittes Objekt wahrgenommen wird. Leibniz gab sich mit einer solchen Definition von Kongruenz nicht zufrieden (vgl. De Risi, 2007, 143 f.). Es ist jedoch plausibel, dass die berühmten Argumente, die Leibniz in seinem Briefwechsel mit Clarke gebrauchte – der Tausch von Osten und Westen oder das Verrücken aller Objekte um drei Fuß nach Osten – als Gegenstück einer solchen phänomenologischen Definition von Kongruenz betrachtet werden können, genau so – wie wir angenommen haben – wie das *Nocturnal-doubling*-Gedankenexperiment das Gegenstück zu der Leibnizschen Definition von Ähnlichkeit darstellt. Auch in diesem Fall besitzt die Euklidische Geometrie kein Mittel, die ursprüngliche von der transformierten Situation zu unterscheiden.

Weyl (1952) zu Folge erfassen Leibniz' Definitionen von Ähnlichkeit und Kongruenz intuitiv die fundamentale Idee, die dem modernen Begriff von „Automorphismus" zu Grunde liegt. In der Geometrie werden zwei Figuren als dieselbe bezeichnet, „wenn die eine durch einen Automorphismus in die andere überführt werden kann" (Weyl, 1927, 79), d.h. durch eine strukturerhaltende Abbildung des Raumes auf sich selbst: „Dies ist nun unsere Deutung der Leibnizschen Definition ähnlicher Figuren als solche, die nicht auseinander gehalten werden können, wenn sie jede für sich betrachtet werden" (Weyl, 1990, 98). Im Allgemeinen sind die Transformationen, auf die Leibniz sich bezieht, nicht willkürlich; sie lassen gewisse „objektiv[e] räumlich[e] Beziehungen ungeändert" (Weyl, 1930, 9). Welche Welten als ununterscheidbar gelten können, hängt von der Art der geometrischen Struktur ab, mit der wir es zu tun haben. Insbesondere Leibniz' Argumente setzen voraus, dass der Raum euklidisch ist, d.h., *sibi congruus* und auch *sibi similis* (LH, XXXIV, 1:14, Bl. 23 retro; De Risi, 2005).

Es ist also schwer zu verstehen, in welchem Sinne Leibniz' Argumente Newtons ‚absoluten Raum' angreifen sollten, da ein solcher Raum gerade mit denselben euklidischen Automorphismen des Leibnizschen ausgestattet ist.[11] Newtons Anliegen war nicht, den absoluten Ort im Raum festzustellen, sondern zu bestimmen, was es heißt, „am gleichen Ort (zu verschiedenen Zeiten)" zu sein, d.h. einen absoluten Unterschied zwischen Ruhe und Bewegung festzustellen. Leibniz' Verteidigung des Prinzips der Relativität aller Bewegung durch eine Erweiterung von Galileis (1632) Schiff-Gedankenexperiment auf die ganze Welt konnte dagegen den Unterschied zwischen Ruhe und Kreisbewegung nicht erklären, wie sie Newton (1687) in seinem Eimerexperiment gelang.

Auch in diesem Fall war Weyl (1927) wahrscheinlich der erste das zu betonen, was heute gängig geworden ist:[12] die Leibniz-Newton Auseinandersetzung kann erst verstanden werden, wenn man nicht die Automorphismen des Raumes, sondern jene der Raumzeit in Betracht zieht. Die Raumzeit der klassischen Mechanik, ‚Galileis Raumzeit', wie man sie oft nennt, besitzt eine „affingeometrische Struktur [...] welche nicht den Unterschied zwischen Ruhe und Bewegung festlegt, sondern die gleichförmige Translation von allen andern Bewegungen absondert" (Weyl, 1922b, 57). In einer solche Struktur sind die Geraden „unter allen Linien objektiv ausgezeichnet, hingegen können aus der Schar aller Geraden die ‚vertikalen' nur durch Konvention, die sich auf individuelle Aufweisung stützt, herausgehoben werden“ (Weyl, 1927, 70). ‚Leibniz’ Raumzeit‘, in der alle Bewegung für relativ erklärt wird, enthält nicht genug Struktur um eine solche Trägheitsstruktur zu bestimmen, sie kann gerade Inertialbahnen nicht von den krummen Weltlinien der beschleunigten Bewegungen unterscheiden; dagegen enthält ‚Newtons Raumzeit‘ zu viel Struktur, indem sie verlangt, eine vertikale Weltlinie, einen Körper in Ruhe, objektiv zu bestimmen.

Weyls interpretativer Ansatz, obwohl in vielerlei Hinsicht viel zu vereinfacht, scheint trotzdem brauchbar zu sein, um die Voraussetzung, die Leibniz’ Ununterscheidbarkeitsargumenten zu Grunde liegt, zu verstehen.[13] Solche Argumente funktionieren erst, wenn man im Voraus festgestellt hat, welche die relevante geometrische Struktur der Welt ist: *Zwei Welten, die auseinander durch eine strukturerhaltende Transformation, oder einen Automorphismus hervorgehen, sind geometrisch als ‚dieselbe‘ Welt anzusehen.* Man hat nämlich keine begrifflichen Ressourcen zur Verfügung, um den anschaulichen individuellen Unterschied zwischen Urbild und Abbild festzustellen, da alle geometrische Struktur, die im Urbild zu finden war, im Abbild wiedergefunden werden kann. Damit hat Leibniz den Begriff des ‚Automorphismus‘, oder, wie Weyl (1952) sagte, den Symmetriebegriff in die Geschichte der Naturwissenschaft eingeführt.

In der Automorphismengruppe, die die geometrische Struktur erhält, offenbart sich so der genaue ‚Charakter der Homogenität‘ des Raumes oder der Zeit. Durch eine solche Homogenität stellen sich Raum und Zeit dem materiellen Weltinhalt als „Formen der Erscheinungen gegenüber“; in ihrer Homogenität erweisen sie sich als „Prinzip […] der Individuation“, indem sie die Existenz „verschiedener Individuen“ ermöglichen, die doch „in allen ihren Beschaffenheiten einander gleichen“ (Weyl, 1930, 8).

Leibniz’ Argumente scheinen also nicht fähig nachzuweisen, dass der Raum die bloße Konsequenz der Relationen zwischen Körpern ist und nicht, wie Newton angeblich behauptet habe, eine Substanz, die eine von Körpern selbständige Existenz besitze. Weyl scheint interessanterweise an vielen Stellen zu betonen, dass dies gerade das ist, was Kant vage geahnt hatte, als er Raum und Zeit als ‚Formen‘ der Erscheinungen betrachtete:[14] Der Gegensatz zwischen *Relationalismus* und *Substantialismus* war alles in allem von Anfang an ein ‚Scheinproblem‘.[15] Kant scheint damit gesehen zu haben, dass der relevante Gegensatz jener zwischen Form und Inhalt ist: „Der Raum besitzt gemäß der Geometrie eine gewisse innere Struktur, unabhängig von dem materiellen Körper, der ihn erfüllt" (Weyl, 1920/21, 130). An diesem Standard muss selbstverständlich die radikale Neuheit der allgemeinen Relativitätstheorie gemessen werden: „Einstein erblickt", in Weyls Worten, dass in einer solchen Struktur „ein physikalisches Zustandsfeld von der gleichen Realität wie etwa das elektromagnetische Feld" (Weyl, 1920/21, 130) ist.

3. Leibnizsche Ununterscheidbarkeitsargumente in der Debatte des 19. Jahrhunderts über die Grundlagen der Geometrie

Weyls Ansatz, wenn es ihm auch sicherlich an einer präzisen Formulierung mangelt, liefert m. E. einen guten Hinweis, um eine Philosophie der Leibnizschen Ununterscheidbarkeitsargumente zu entwerfen. Dies wird besonders deutlich, wenn man die Geschichte von Ununterscheidbarkeitsargumenten in der Debatte des 19. Jahrhunderts über die Grundlagen der Geometrie in Betracht zieht. Die Protagonisten einer solchen Debatte, wie Hermann von Helmholtz, Henri Poincaré oder auch der junge Felix Hausdorff, verallgemeinerten Leibniz' Gedankenexperimente (auch wenn Leibniz selten explizit erwähnt wird): Zwei Welten werden nicht nur ununterscheidbar sein, wenn sie kongruent oder ähnlich sind, sondern sogar, wenn sie durch kompliziertere Verzerrungen und schließlich durch jegliche stetige Umformung überhaupt ineinander verformt werden. Mit anderen Worten kann man hier die Tendenz beobachten, Abbildungen des Raumes auf sich selbst (Automorphismen) zu untersuchen, die zunehmend schwächere Stufen geometrischer Struktur erhalten.

Diese Tendenz scheint sich zuerst mit dem Studium der invarianten Eigenschaften von Figuren unter Zentralprojektionen zu zeigen. Unter anderem im Werk von Poncelet (1822) und Steiner (1832) wurde die scheinbar unabdingbare Kopplung von Geometrie und ‚Maßbegriff' aufgehoben. Die Grundfrage der Geometrie, wie sie Ferdinand August Möbius (1827) in der Vorrede zum *Barycentrischen Calcul* formuliert, ist das Studium von „geometrische[n] Verwandtschaften" unter Figuren: Gleichheit, Ähnlichkeit, Affinität, Kollineation, bis zu „elementar[er] Verwandtschaft", in der „von je zwei einander unendlich nahen Punkten der einen [Figur] auch die ihnen entsprechenden der andern einander unendlich nahe sind“ (Möbius, 1863, 18). Klein, der nicht zufälligerweise bis 1887 an der Gesamtausgabe von Möbius’ Werken (Möbius, 1885) mitarbeitete, gab schon 1872 in seinem ‚Erlanger Programm‘ den populärsten Ausdruck dieser Tendenz:[16] Klein definierte bekannterweise den Raum als eine *n*-dimensionale Mannigfaltigkeit, eine Verallgemeinerung des dreidimensionalen Koordinatenraumes der analytischen Geometrie, das was Sophus Lie (1893) später eine ‚Zahlenmannigfaltigkeit‘ nannte, die Gesamtheit der *n*-Tuple von reellen Werten. Dann betrachtete er nur diejenigen (in Koordinaten ausgedrückten) Beziehungen als ‚geometrisch‘, die beim Übergang von einem Koordinatensystem in ein anderes invariant bleiben. In späterer Sprache definiert Klein dann eine ‚Geometrie‘ als Punktmenge mit einer ‚Struktur‘; wobei die strukturerhaltenden bijektiven Abbildungen des Raumes auf sich selbst eine Gruppe bilden, die man Automorphismengruppe nennen kann. Man kann an Automorphismengruppen denken, die progressiv weniger Struktur erhalten, und damit Räume betrachten, die mit einem progressiv höheren Grad von Homogenität oder Symmetrie ausgestattet sind.

Dieser Tendenz scheint sich der Ansatz Riemanns (1854/1868) in seinem Habilitationsvortrag von 1854 entgegen zu stellen (vgl. Norton, 1999). Riemann betrachtete den Raum als ein Beispiel für eine *n*-dimensionale stetige Mannigfaltigkeit, in der die verschiedenen Individuen durch die verschiedenen (reellen) Werte von n Variablen unterschieden werden (vgl. Scholz, 1982). Dann formulierte Riemann die Hypothese, dass der Raum sich von anderen *n*-dimensionalen stetigen Mannigfaltigkeiten (z.B. der der Farben) unterscheidet, weil die Entfernung zwischen zwei unendlich benachbarten Raumpunkten durch eine ‚quadratische Differentialform‘ bestimmt wird, eine verallgemeinerte Form des Pythagoreischen Lehrsatzes: $ds^2 = \Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$, wobei $g_{\mu\nu}(x_i)$ Konstanten oder Funktionen der Koordinaten sind. Der Unterschied zu dem vorherigen, am besten durch Klein repräsentierten Ansatz, tritt deutlich zu Tage, wenn man daran denkt, dass ein Automorphismus eines Riemannschen Raumes eine längentreue Abbildung dieses Raumes auf sich selbst ist und es vorkommen kann, dass die identische Abbildung der einzige Automorphismus ist (vgl. Laugwitz, 1996). Riemanns radikaler Ansatz, bei *welchem der Raum vollkommen inhomogen sein kann und keine Symmetrie zeigt*, spielte eigentlich eine Nebenrolle in der Debatte des 19. Jahrhunderts über die Grundlagen der Geometrie (vgl. Hawkins, 1980; 2000). Riemanns Ansatz entwickelte sich vielmehr in einer nicht-geometrischen Tradition, die von den Arbeiten Erwin Bruno Christoffels (1869) bis zu Gregorio Ricci-Curbastros (1884; 1888; 1892; 1893) und Tullio Levi-Civitas ‚absolutem Differentialkalkül' (Levi-Civita und Ricci-Curbastro, 1900) reichte (vgl. Reich, 1994). Hier wurde das sogenannte, von Riemann (1854/1868; 1861/1876) gestellte und teilweise ausgearbeitete ‚Äquivalenzproblem' (vgl. Dell'Aglio, 1996) entwickelt: das Problem unter welchen Bedingungen es möglich ist, eine quadratische Differentialform in eine andere zu transformieren, wenn die Veränderlichen x_i durch andere Veränderliche x'_i ersetzt werden, die stetige und differenzierbare Funktionen der ersten sind. Es müssen also die Bedingungen gefunden werden, unter welchen die Funktionen $g_{\mu\nu}(x)$ durch neue Funktionen $g'_{\mu\nu}(x')$ ersetzt werden können, so dass ds^2 unverändert bleibt, d.h. $ds^2 = \Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu = \Sigma\, g'_{\mu\nu} dx'_\mu dx'_\nu$. Geometrisch bedeutet das, dass verschiedene, ineinander transformierbare $g_{\mu\nu}$-Systeme *dieselbe* ‚metrische' Geometrie ausdrücken.[17]

3.1 Helmholtz, Hausdorff, Poincaré

Im Riemannschen Kontext sind Ununterscheidbarkeitsargumente im Sinne Leibniz' überhaupt nicht sinnvoll; denn im allgemeinen Fall gibt es in einem Riemannschen Raum nicht genug Automorphismen, um eine Anwendung von solchen Argumenten zu ermöglichen. Wenn man in einem inhomogenen Raum die Welt zehn Meter nach rechts verschieben würde, würde man den Unterschied geometrisch feststellen können.[18] Dass Riemanns Ansatz ‚philosophisch' nicht wirklich wahrgenommen wurde (vgl. Hawkins, 1980), sieht man gerade daran, dass die philosophische Debatte über die nicht-Euklidischen Geometrien im Lauf des 19. Jahrhunderts gerade von Ununterscheidbarkeitsargumenten im Sinne Leibniz' dominiert ist, die progressiv breitere Gruppen von Automorphismen betrachten.

Die Möglichkeit ‚Leibnizsche' Argumente in diesem Kontext zu formulieren scheint ihren Ursprung in ersten ‚Interpretationen' (etwa geographischen Karten) der nicht-Euklidischen Geometrien im Euklidischen Raum zu haben. Ein Beispiel hierfür ist etwa Eugenio Beltramis (1868/1902–1920) projektive Abbildung der pseudosphärischen

Fläche in der Euklidischen Ebene, die später auf den Raum verallgemeinert wurde. In solchen ‚Modellen', wie man sie später genannt hat, treten, wie bei allen Karten, Verzerrungen auf. Da aber Messungen im Modell mit ebenfalls verzerrten Maßstäben durchgeführt werden, wird es unmöglich, geometrisch den Unterschied festzulegen. Alle Theoreme der pseudosphärischen Geometrie gelten in Beltramis Euklidischem Abbild, gerade wie im Original.

Helmholtz übernahm 1870 in seinem Vortrag „Über Ursprung und Bedeutung der Geometrischen Axiome" Beltramis Idee um ein Ununterscheidbarkeitsargument im Sinne Leibniz' vorzuschlagen: Er bemerkt zuerst, „dass wenn die sämtlichen linearen Dimensionen" der Welt „in gleichem Verhältnisse, z.B. alle auf die Hälfte, verkleinert oder alle auf das Doppelte vergrössert würden, wir eine solche Aenderung durch unsere Mittel der Raumanschauung gar nicht würden bemerken können" (Helmholtz, 1870/1876, 44). Das gleiche würde passieren, „wenn die Dehnung oder Zusammenziehung nach verschiedenen Richtungen hin verschieden wäre" (ebd.). Letztlich betrachtete Helmholtz das Abbild der Welt in einem Convexspiegel. Die Welt würde damit völlig verzerrt erscheinen, wobei solche Verzerrungen von den Bewohnern der gespiegelten Welt nicht bemerkt werden könnten:

> Man denke an das Abbild der Welt in einem Convexspiegel. […] Das Bild eines Mannes, der mit einem Maßstab eine von dem Spiegel sich entfernende gerade Linie abmisst, würde immer mehr zusammenschrumpfen, je mehr das Original sich entfernt, aber mit seinem ebenfalls zusammenschrumpfenden Maßstab würde der Mann im Bilde genau dieselbe Zahl von Centimetern herauszählen, wie der Mann in der Wirklichkeit. Kurz, ich sehe nicht, wie die Männer im Spiegel herausbringen sollten, dass ihre Körper nicht feste Körper seien und ihre Erfahrungen gute Beispiele für die Richtigkeit der Axiome des Euklides. Könnten sie aber hinausschauen in unsere Welt, wie wir hineinschauen in die ihrige, ohne die Grenze überschreiten zu können, so würden sie unsere Welt für das Bild eines Convexspiegels erklären müssen und von uns gerade so reden, wie wir von ihnen, und wenn sich die Männer beider Welten mit einander besprechen könnten, so würde, soweit ich sehe, keiner den anderen überzeugen können, dass er die wahren Verhältnisse habe, der andere die verzerrten; ja ich kann nicht erkennen, dass eine solche Frage überhaupt einen Sinn hätte, so lange wir keine mechanischen Betrachtungen einmischen. (Helmholtz, 1870/1876, 45)

Zwei Körper, die im Urbild zur Koinzidenz gebracht werden können, würden auch im verzerrten Abbild zusammenfallen; die Bewohner der Kugelspiegel würden ihren Raum als Euklidisch betrachten und würden glauben, dass wir in einem verzerrten Universum leben. „Nun ist Beltrami's Abbildung des pseudosphärischen Raumes in einer Vollkugel des Euklid'schen Raumes von ganz ähnlicher Art“ (Helmholtz, 1870/1876, 45). Es geht nämlich einfach um das entgegengesetzte Gedankenexperiment: in diesem Fall „würden Beobachter, deren Leiber selbst dieser Veränderung regelmässig unterworfen wären, bei geometrischen Messungen, wie sie sie ausführen könnten, Ergebnisse erhalten, als lebten sie selbst im pseudosphärischen Raume“ (ebd.).[19]

Die Bedeutung von „Helmholtzens Convexspiegel“ (NL FH, Kapsel 24; Fasz. 71; Bl. 33) als Ununterscheidbarkeitsargument wird deutlicher bei Felix Hausdorff.[20] Besonders in seinem philosophischen Jugendwerk *Das Chaos in kosmischer Auslese*, das unter dem Pseudonym Paul Mongré (1898) erschien. Nach Hausdorff habe nämlich Helmholtz in diesem „von der Gegenpartei zwar vielfach citirte[n] aber selten verstandene[n] Beispiel [...] in populär einleuchtender Weise den Satz“ umschrieben, „dass eine Raumtransformation sich der empirischen Wahrnehmung entzieht“ (Mongré, 1898, 99 f.). Obwohl Helmholtz' Absicht wahrscheinlich nur diejenige war, die nicht-Euklidischen Geometrien zu veranschaulichen, ordnet Hausdorff Helmholtz' Gedankenexperiment in eine Hierarchie von möglichen Ununterscheidbarkeitsargumenten ein. Hausdorff betrachtet zuerst Verschiebungen, Drehungen, Spiegelungen sowie Streckungen des gesamten Universums und legt dar, dass ein Bewusstsein notwendigerweise sich dessen nicht bewußt wäre (Mongré, 1898, 88 ff.).

Hausdorff zu Folge würde man aber zwei Welten für ununterscheidbar halten, auch wenn die Objekte des Universums durch eine beliebige Deformation willkürlich in willkürliche Richtungen verzerrt würden. In einer ersten Annäherung kann man sich auf die Transformationen beschränken, die von „Unstetigkeiten und Singularitäten“ (Mongré, 1898, 97) frei sind. Es wird nur vorausgesetzt, dass jedem Punkt des ursprünglichen Raumes genau ein Punkt seines verzerrten Abbildes entspricht, und ebenso umgekehrt, so dass die Koordinaten des einen Punktes stetige und eindeutige Funktionen – ganz gleichgültig welche – der Koordinaten des entsprechenden Punktes sind, d. h. zwei unendlich benachbarte Punkte zwei ebenfalls unendlich benachbarten entsprechen sollen: „Von gewissen Transformationen des Raumes würden wir nichts bemerken: das ist der Refrain meiner transzendentalen Dialektik“ (NL

FH, Kapsel 49; Fasz. 1079; Bl. 26). In einem leider undatierten Fragment seines Nachlasses gesteht Hausdorff, dass er ähnliche Argumentationen „auch bei anderen (Poincaré)“ fand (NL FH, Kapsel 49; Fasz. 1079; Bl. 4). Es ist schwer zu sagen, welche Schrift Poincarés Hausdorff genau meinte, aber die Ähnlichkeit von Hausdorffs und Poincarés Verfahren ist in vielen Hinsichten nicht zu leugnen (vgl. Epple, 2006). Poincaré verwendet vielleicht noch deutlicher als Hausdorff die Strategie, eine Klimax von Ununterscheidbarkeitsargumenten zu verwenden, denen Automorphismen entsprechen, die progressiv weniger Struktur erhalten.[21]

Nicht nur zwei Welten wären nicht zu unterscheiden, wenn sie einander kongruent oder ähnlich wären (vgl. Poincaré, 1905). Man kann noch kompliziertere Transformationen denken. Gemäß der Hypothese von Lorentz und Fitzgerald (vgl. Brown, 2005) erleiden alle Körper bei einer translatorischen Bewegung eine Kontraktion in Richtung dieser Translation. Geometrisch geht es um eine Zentralprojektion, bei welcher ein Körper, der in der Ruhe kugelförmig ist, die Form eines abgeplatteten Rotationsellipsoides annimmt, wenn er bewegt wird; der Beobachter aber wird ihn immer noch für kugelförmig halten, denn er selbst erleidet eine analoge Deformation. Wenn also alle Objekte der Welt ohne Ausnahmen, eine solche Deformation erleiden würden, gäbe es keine Möglichkeit den Unterschied zu bemerken.

La déformation de Lorentz-Fitzgerald dont les lois sont particulièrement simples, on pourrait imaginer une déformation tout à fait quelconque. (Poincaré, 1907, 4)

Wenn wir die Welt in einem jener kompliziert gestalteten Spiegel betrachten, bleiben dabei doch die gegenseitigen Verhältnisse der einzelnen Teile dieser Welt unverändert. Alle relevante Struktur, die im Urbild zu finden ist, würde auch im Abbild auftauchen. Wenn sich zwei wirkliche Gegenstände berühren, so scheinen sich auch ihre Spiegelbilder zu berühren. Damit gäbe es geometrisch kein Mittel, um den Unterschied zu bemerken.[22] Für Poincaré hat also der Raum unabhängig von unseren Messinstrumenten, weder metrische noch projektive Eigenschaften; er hat nur topologische Eigenschaften, also solche, mit denen sich die *Analysis Situs* befasst.

Mathematisch heißt das, dass der Raum ein n-dimensionales Kontinuum ist, eine variété oder Mannigfaltigkeit, die Gesamtheit von n voneinander unabhängig veränderlichen Größen, die fähig sind, alle reellen Werte anzunehmen. Wenn man eine Koordinatentransformation durchführt, ersetzt man die *n*-Koordinaten durch n beliebige Funktionen dieser *n*-Koordinaten. In seinem Aufsatz „Analysis Situs" hatte Poincaré (1895) präzisiert, dass solche Funktionen ‚continues' sind, und ‚elles ont des dérivées continues', d.h. dass sie stetig und differenzierbar sind. Poincaré nennt sie ‚Homomorphismen'. Es ist aber klar, dass sie in heutiger Sprechweise vielmehr den ‚Diffeomorphismen' entsprechen.[23]

Von diesem Standpunkt aus hat Poincaré ein Ununterscheidbarkeitsargument Leibnizscher Art formuliert, bei dem ‚Diffeomorphismen' genau die Rolle von Streckungen, Verschiebungen oder Spiegelungen in Leibniz' ursprünglichen Argumenten übernehmen. Poincaré (1905; 1907) bezieht sich hier auf die bahnbrechenden Arbeiten Riemanns (1892) im Bereich der *Analysis Situ*s, die ein amorphes Kontinuum untersuchen, „[que] possède un certain nombre de propriétés, *exemptes de toute idée de mesure*" (Poincaré, 1905, 76; Hervorhebung von mir).[24]

Poincaré (1891, 773) scheint dagegen viel weniger fähig zu sein, die geometrische Bedeutung von Riemanns Ansatz in dessen Habilitationsvortrag wahrzunehmen. Riemanns Hauptanliegen waren dort selbstverständlich gerade die Maßverhältnisse des Raumes (vgl. Scholz, 1992). Wie wir gesehen haben, untersuchte Riemann, wie die Funktionen $g_{\mu\nu}$ der metrischen Fundamentalform $\Sigma\ g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$ sich transformieren, nachdem die ursprünglichen Koordinaten x_i durch neue Koordinaten x'_i ersetzt werden, die die stetigen und differenzierbaren Funktionen (Diffeomorphismen) der ersten sind, während ds^2 ungeändert bleibt. Es geht also nicht um einen Raum ohne Maßstruktur, sondern um Klassen von Räumen mit derselben Maßstruktur (isometrisch). Nicht ineinander transformierbare $g_{\mu\nu}$-Systeme beschreiben nicht nur Eigenschaften des Koordinatensystems, sondern auch ‚innere' Maßverhältnisse des Raumes. Es ist dieses Problem, das in der Tradition von Christoffel zu Ricci und Levi-Civita von einem rein analytischen und nicht-geometrischen Standpunkt ausgearbeitet wurde. Hier spielen eindeutig Diffeomorphismen nicht die Rolle, die Verschiebungen oder Streckungen in Leibniz Argumenten spielen. Es ist aber gerade diese Tradition, an die Einstein bekanntermaßen anknüpfte, um die Allgemeine Relativitätstheorie zu formulieren.

4. Einsteins Punkt-Koinzidenz-Argument und die Forderung der „allgemeinen Kovarianz"

Poincarés auf der Lorentz-Kontraktion basierendes Gedankenexperiment, das gerade erwähnt wurde, stammt aus seinen Untersuchungen über das Relativitätsprinzip. Am 5. Juni 1905 kündigte Poincaré (1906b) der *Académie des sciences eine Mémoire* „Sur la dynamique de l'électron" an, die im Januar 1906 auf der *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* erschien. Hier wurde erstmals gezeigt, dass diejenigen Transformationen, die Poincaré selber als ‚Lorentz-Transformationen' bezeichnete, eine ‚Gruppe' bilden; noch dazu zeigte Poincaré, dass die Rechnungen vereinfacht werden können, wenn die Zeit betrachtet wird, als ob sie eine vierte Dimension des Raumes wäre: „les quatre coordonnées d'un point de notre nouvel espace ne seraient pas x, y, z et t, mais x, y, z et $t\sqrt{-1}$" (Poincaré, 1913a, 53).

Einstein publizierte 1905 seinen Aufsatz „Zur Elektrodynamik bewegter Körper", in dem die so genannte Lorentz-Kontraktion, die Poincaré immer noch als ein von Kräften verursachtes ‚dynamisches' Phänomen betrachtete, zu einer reinen ‚kinematischen' Änderung wurde. Einstein ging ‚algebraisch' vor; er betrachtete die Lorentz-Kovarianz der Naturgesetze gegenüber der Umrechnung von Raumkoordinaten und Zeiten. Bekanntlich ‚übersetzte' erst Hermann Minkowski (1909) in seiner Kölner Rede „Raum und Zeit" Einsteins Theorie in ‚geometrische' Sprache (ohne aber auf Poincaré zu verweisen): die Lorentz-Transformationen werden als Automorphismen einer einzigen geometrischen Struktur betrachtet, der Raumzeit. Minkowski bezeichnete sie bekanntlich als die ‚Welt', „[d]ie Mannigfaltigkeit aller denkbaren Wertsysteme x, y, z, t"; die Lorentz-Transformationen werden als „homogene lineare [...] Transformationen von x, y, z, t in vier neue Variable x', y', z', t'" (Minkowski, 1909, 2) betrachtet, die die Entfernung zwischen zwei benachbarten Punkten $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2t^2$ invariant lässt. Wie Felix Klein (1910, 540) schrieb: „Was die modernen Physiker Relativitätstheorie nennen, ist die Invariantentheorie des vierdimensionalen Raum-Zeit-Gebietes x, y, z, t (der Minkowskischen ‚Welt') gegenüber einer bestimmten Gruppe von Kollineationen, eben der ‚Lorentzgruppe'".

4.1 Die allgemeine Relativitätstheorie

In seinem Vortrag „L'espace et le temps", gehalten in London am 4. Mai 1912, betrachtete Poincaré (1913a, 54), ohne Einstein oder Minkowski zu erwähnen, den von ihm eingeführten vierdimensionalen Ansatz immer noch als „une convention [que] nous semblait commode". Gerade um dieselbe Zeit begann dagegen Einstein Minkowskis geometrische Darstellung der Speziellen Relativitätstheorie ernst zu nehmen. Um 1912 hatte er den ‚entscheidenden Gedanken' (vgl. Einstein, 1923), die Analogie zwischen Gaußscher Flächentheorie und dem Problem der Gravitation. Nach der Speziellen Relativitätstheorie gehen die, die allgemeinen Naturgesetze ausdrückenden Gleichungen in Gleichungen derselben Form über, wenn man statt der Raum-Zeit-Variablen x, y, z, t unter Benutzung der Lorentz-Transformation die Raum-Zeit-Variablen x', y', z', t' einführt (Lorentz Kovarianz). Nach der allgemeinen Relativitätstheorie dagegen müssen die Gleichungen bei Anwendung beliebiger Substitutionen der Variablen x_1, x_2, x_3, x_4 in Gleichungen derselben Form übergehen, denn jede Transformation entspricht dem Übergang eines Gaußschen Koordinatensystems in ein anderes (Allgemeine Kovarianz). Alle ineinander durch stetige und differenzierbare Transformationen überführbare Gaußschen Koordinatensysteme sind gleichwertig für die Formulierung der Naturgesetze. Da (nahe eines gegebenen Raumzeitpunktes) das Gravitationsfeld durch ein Beschleunigungsfeld imitiert werden kann (Äquivalenzprinzip), wurde das Prinzip der ‚allgemeinen Kovarianz' zur selben Zeit als Ausdehnung des Relativitätsprinzips zur beschleunigten Bewegungen und als Lösung des Gravitationsproblems betrachtet.

Als Einstein 1912 von Prag nach Zürich zurück kam, bat er seinen Studienfreund Marcel Grossman um Hilfe. Grossman führte ihn in die Werke von Riemann, Christoffel und besonders von Ricci und Levi-Civita ein (Levi-Civita und Ricci-Curbastro, 1900) und schrieb zusammen mit Einstein den ersten Entwurf zu einer Gravitationstheorie (Einstein und Grossmann, 1913). In einem kurze Zeit später publizierten Aufsatz „Mathematische Begriffsbildung zur Gravitationstheorie" fasst Grossman das Thema ihrer Zusammenarbeit zusammen: „Der mathematische Grundgedanke der Einstein'schen Gravitationstheorie" besteht in der Idee, „ein Gravitationsfeld zu charakterisieren durch eine quadratische Differentialform mit variablen Koeffzienten […]. Von grundlegender Bedeutung ist hierbei die berühmte Abhandlung von Christoffel [...] und die auf dieser fussende Abhandlung von Ricci und Levi-Civita“ (Grossmann, 1913, 291). Bezogen auf letztere Arbeit schreibt er dort dann weiter, dass die „Verfasser Methoden [entwickelten], die den Differentialgleichungen der mathematischen Physik eine invariante, d.h. vom Koordinatensystem unabhängige Form geben lassen“ (ebd.).

4.2 Die Lochbetrachtung

Einsteins Problem war dann, die allgemeinen kovarianten Differentialgleichungen zu finden, die die Koeffizienten $g_{\mu\nu}$ ‚eindeutig‘ als Funktion der Materieverteilung bestimmen können. Bei der Suche nach solchen Feldgleichungen stieß Einstein auch auf ein in den letzten dreißig Jahren (seit Stachel, 1980) sehr berühmt gewordenes ‚philosophisches Problem‘. Dieses Problem, das verschiedene Formulierungen erhielt,[25] wird am deutlichsten im § 12 von „Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie“ (Einstein, 1914a), der ersten systematischen Darstellung der Entwurfstheorie. Es geht um die so genannte ‚Lochbetrachtung‘. Einstein betrachtete Lösungen $g_{\mu\nu}$ seiner Feldgleichungen in Bezug auf das Koordinatensystem x_i in einem Loch, d.h einem endlichen Teil „des Kontinuum, in welchem ein materieller Vorgang nicht stattfindet“ (CPAE, Doc. 9, 110). Er führte dann ein neues Koordinatensystem x'_i innerhalb des Loches ein. Nach der Regel der ‚absoluten Differentialrechnung‘ werden die ursprünglichen $g_{\mu\nu}(x)$ durch neue $g'_{\mu\nu}(x')$ ersetzt. Wenn man diese letzte Lösung bezüglich des ursprünglichen Koordinatensystems x_i, d.h. als $g'_{\mu\nu}(x)$ betrachtet, würden diese immer noch Lösungen der Feldgleichungen sein. Man hat also zwei Lösungen der Feldgleichungen, für die gleiche Materieverteilung im Bezug auf dasselbe Koordinatensystem. Die zwei Lösungen erscheinen physikalisch verschieden: vor der Transformation würden sich Teilchen, die das Loch durchqueren, z.B. auf geraden Linien bewegen, aber nicht nach der Koordinatentransformation; sie würden vor der Transformation bestimmte Punkte durchlaufen, aber durch andere Punkte nach der Transformation. Da aber die Materieverteilung außerhalb des Loches unverändert geblieben ist, würden die Feldgleichungen das ‚Kausalgesetz‘ verletzen; sie wären nicht in der Lage, das Geschehen im Gravitationsfeld ‚eindeutig‘ festzulegen.

Lange Zeit wurde unter Wissenschaftshistorikern dieses Argument gegen allgemein kovariante Feldgleichungen einfach als ein ‚Fehler' betrachtet (vgl. z.B. Pais, 1982). Einstein schien nicht berücksichtigt zu haben, dass die Lösungen $g_{\mu\nu}(x)$ und $g'_{\mu\nu}(x')$ einfach ‚isometrisch' sind. Es geht um eine triviale Anwendung der ‚absoluten Differentialrechnung'. Nach genauer Untersuchung (Stachel, 1980) wurde aber festgestellt, dass Einsteins Argument eigentlich die Lösungen $g'_{\mu\nu}(x')$ und $g'_{\mu\nu}(x)$ vergleicht. Anschaulich gesprochen, glaubte Einstein, dass es möglich sei, das ursprüngliche Koordinatensystem stetig innerhalb des Loches zu verformen, indem man aber das unverformte Koordinatensystem im Hintergrund unangetastet lässt. Durch eine bloße mathematische Umrechnung bekommt man damit zwei physikalisch verschiedene Systeme von Feldlinien innerhalb des Loches, obwohl die Materie außerhalb des Loches ungeändert geblieben ist.

4.3 Das Punkt-Koinzidenz-Argument bei Kretschmann und Einstein

1915 publizierte Erich Kretschmann in den *Annalen der Physik* den zweiteiligen Aufsatz: „Über die prinzipielle Bestimmbarkeit der berechtigten Bezugssysteme beliebiger Relativitätstheorien" (Kretschmann, 1915; vgl. Giovanelli, 2013). In dieser etwas weitschweifigen Untersuchung über die Relationen zwischen Transformationsgruppen und Relativitätspostulaten, zeigte Kretschmann „[m]it weitgehender Benutzung der von E. Mach und H. Poincaré gegebenen Analysen physikalischer Erfahrung"[26], dass eine solche Erfahrung „von bestimmten räumlich-zeitlichen Beziehungen nur solche topologischer Art liefern kann" (Kretschmann, 1915, 911). Unter ‚topologischen Beziehungen' zwischen räumlich-zeitlich ausgedehnten Gegenständen versteht Kretschmann das „räumlich-zeitliche Zusammenfallen oder Nichtzusammenfallen von Teilen des Meßinstrumentes mit Teilen des Meßgegenstandes" (ebd., 914). Die einzige geometrische Struktur, die der Erfahrung zugänglich ist, besteht also aus solchen ‚topologischen Beziehungen'. Wegen der „Invarianz der Beobachtungstatsachen gegen beliebige stetige Raum-Zeittransformationen" kann dann behauptet werden, „daß zwischen zwei quantitativ verschiedenen, aber topologisch gleichen Abbildungen der Erscheinungswelt [...] [d]urch bloße Beobachtungen in keinem Falle eine sicher begründete Entscheidung getroffen werden kann" (ebd.).

Kretschmanns Aufsatz erschien am 21. Dezember. Nur einige Tage später, am 26. Dezember 1915 schrieb Einstein an Paul Ehrenfest:

> An die Stelle des § 12 [die Lochbetrachtung] hat folgende Darlegung zu treten. Das physikalisch Reale an dem Weltgeschehen (im Gegensatz zu dem von der Wahl des Bezugssystem Abhängigen) besteht in raumzeitlichen Koinzidenzen [...]. Wenn zwei Systeme der $g_{\mu\nu}$ (bezw. allg. der zur Beschreibung der Welt verwandten Variabeln) so beschaffen sind, dass man das zweite aus dem ersten durch blosse Raum-Zeit-Transformation erhalten kann, so sind sie völlig gleichbedeutend. Denn sie haben alle zeiträumlichen Punktkoinzidenzen gemeinsam, d.h. alles Beobachtbare. (CPAE 8a, Doc. 173, 228; Brief an Paul Ehrenfest; 26.12.1915)

Es kann vermutet werden, dass dieses Argument Einsteins, das davor nie in seinen Schriften vorkommt, von Kretschmann inspiriert war (vgl. Howard und Norton, 1993).

Im Gegensatz zu Kretschmann, der sich auf Poincaré bezieht, fügt aber Einstein das Argument in eine ganz andere Tradition ein, die von den Arbeiten von Riemann, Christoffel, Ricci-Curbastro und Levi-Civita geprägt ist. Zwei metrische Felder, d.h. zwei Systeme der $g_{\mu\nu}$, die in den Punkt-Koinzidenzen übereinstimmen, d.h. die ineinander durch stetig und differenzierbare Koordinatentransformationen verformbar sind, drücken dasselbe Gravitationsfeld aus. Das Punkt-Koinzidenz-Argument erscheint damit als Antwort auf die Lochbetrachtung, wie Einstein auch in späteren Briefen, insbesondere an Michele Besso bestätigt: „Anstelle der Lochbetrachtung tritt folgende Überlegung. Real ist physikalisch nichts als die Gesamtheit der raumzeitlichen Punktkoinzidenzen" (CPAE 8a, Doc. 26, 235).

Dass Einsteins Paradox weniger trivial ist als man ursprünglich dachte, kann auch daran erkannt werden, dass auch Hendrik Lorentz sich genau mit dem gleichen Problem konfrontiert sah.[27] Die Natur des Punkt-Koinzidenz-Arguments als einem Ununterscheidbarkeitsargument ist wahrscheinlich nirgendwo offensichtlicher als in Einsteins Briefwechsel mit Ehrenfest.[28] In seinem verloren gegangenen Brief stellte sich Ehrenfest vermutlich Lichtstrahlen vor, die von einem Stern ausgehen, durch eines von Einsteins Löchern hindurch laufen und durch eine Blende eine Platte erreichen. In seiner Antwort schlägt Einstein vor, die von Ehrenfest beschriebene Situation auf ein ‚vollkommen dehnbares Pauspapier' zu zeichnen. Deformiere man dann das Pauspapier beliebig, so erscheinen die zwei Situationen verschieden. Die Bahnen der Lichtstrahlen, die in der ursprünglichen Situation geradlinig waren, sind jetzt gekrümmt und durchlaufen andere Punkte: Einsteins Feldgleichungen scheinen nicht fähig zu sein, die physikalische Situation eindeutig festzulegen.

Wenn Du die Figur nun wieder auf orthogonale Briefpapierkoordinaten beziehst, so ist die Lösung *mathematisch* eine andere als vorher, natürlich auch bezüglich der $g_{\mu\nu}$. Aber *physikalisch ist es genau dasselbe*, weil eben das Briefpapier-Koordinatensystem nur etwas eingebildetes ist. Immer erhalten dieselben Punkte der Platte Licht. [...] Wesentlich ist: Solange das Zeichenpapier, d.h. ›der Raum‹ keine Realität hat, unterscheiden sich beide Figuren überhaupt nicht. Es kommt nur auf ‚Koinzidenzen' an. z.B. darauf, ob Plattenpunkte vom Lichte getroffen werden oder nicht. So wird der Unterschied Deiner Lösungen *A* und *B zu einem blossen Unterschied der Darstellung bei physikalischer Übereinstimmung*. Dies wird Dir bei genauer Erwägung sicher einleuchten (CPAE, 8a, Doc. 180, S. 238; Hervorhebungen von mir).

An dieser berühmten Passage ist hervorzuheben, dass Einstein merkte, dass dies lediglich „ein mathematischer Unterschied" ist, während es „physikalisch genau dasselbe" ist. Das Hintergrundkoordinatensystem („das Briefpapier-Koordinatensystem"), unter dessen Berücksichtigung die Situation als verschieden erscheinen würde, ist „nur etwas Eingebildetes": „Es kommt nur auf Koinzidenzen an".

4.4 Die öffentliche Version des Punkt-Koinzidenz-Arguments

Aber die Verbindung zwischen Punkt-Koinzidenz-Argument und Lochbetrachtung wird nie in veröffentlichten Schriften erwähnt. Am 20. März 1916 schickte Einstein den *Annalen der Physik* die erste Gesamtdarstellung der Allgemeinen Relativitätstheorie, die dann am 21. Mai publiziert wurde. Im §3 findet sich die mehr als berühmte Passage: „Daß diese Forderung der allgemeinen Kovarianz [...] eine natürliche Forderung ist, geht aus folgender Überlegung hervor. Alle unsere zeiträumlichen Konstatierungen laufen stets auf die Bestimmung zeiträumlicher Koinzidenzen hinaus" (Einstein, 1916, 776). Die Koordinatensysteme werden nur dafür gebraucht, um die „Beschreibung der Gesamtheit solcher Koinzidenzen" (ebd.) zu gestatten. Man ordnet der Welt vier raumzeitliche Variablen x_1, x_2, x_3, x_4 derart zu, dass jedem Punktereignis durch ein einziges Wertsysteme der Variablen x_1, x_2, x_3, x_4 bestimmt ist. Die Koinzidenz wird dann durch die Übereinstimmung der Koordinaten charakterisiert, während räumlich benachbarten Punkten sehr wenig verschiedene Zahlenwerte zugeordnet werden. Dem Grundgedanken des allgemeinen Relativitätsprinzips entspricht die Aussage: „alle Gaußschen Koordinatensysteme sind für die Formulierung der allgemeinen Naturgesetze prinzipiell gleichwertig“ (ebd). Da alle Gaußschen Koordinatensysteme in Punkt-Koinzidenzen übereinstimmen, ist ein Koordinatensystem so gut wie jedes andere um die Gesetze der Physik auszudrücken. Das Punkt-Koinzidenz-Argument erscheint hier einfach als identisch mit der Forderung der allgemeinen Kovarianz.

Das Problem, das Einstein beschäftigte, erschien später in der Literatur in der Form, die David Hilbert (1917) ihm in seiner berühmten „Zweiten Mitteilung“ von Februar 1916 gab. Hilbert formulierte die Lochbetrachtung (deutlicher als Einstein) als eine Verletzung des Kausalgesetzes: Die allgemeine Relativitätstheorie wäre unfähig aus der Kenntnis der physikalischen Größen $g_{\mu\nu}$ in Gegenwart und Vergangenheit eindeutig ihre Werte in der Zukunft zu bestimmen.[29] Besonders in seiner Vorlesung von Dezember 1916 „Das Kausalitätsprinzip in der Physik“ erhält das Argument eine Form, die an die von Einstein deutlich erinnert: „Wir können leicht einen Vorgang konstruieren, der mit dem alten Kausalitätsprinzip unvereinbar ist“ (Hilbert, 1916/1917, 4 f.). Nehmen wir das Lösungssystem unserer 10 Gleichungen, das für alle Werte von $x_4 = t$ durch die bestimmten Funktionen $g_{\mu\nu}$ gegeben ist. Führen wir dann eine beliebige Transformation $x_i = x_i\ (x'_1, x'_2, x'_3, x'_4)$ aus, so sind die entsprechenden $g'_{\mu\nu}(x')$ „nur ein anderer mathematischer Ausdruck für dasselbe mathematische Geschehen“ (ebd.).

Nun sind aber die 10 Differentialgleichungen gegenüber dieser Transformation invariant, also bleiben die neuen Funktionen $g'(x')$ „Lösungen der Differentialgleichungen“, wenn man darin die x'_i durch irgendwelche Funktionen von x'_i, z. B. durch die x_i ersetzt: $g'_{\mu\nu}(x)$ „sind ebenfalls Lösungen der 10 Differentialgleichungen. Sie stellen natürlich einen ganz anderen individuellen physikalischen Vorgang dar“. Insbesondere wählt man $x'_i = x_i$ für $t = 0$, aber $x'_i \neq x_i$ für $t > 0$, doch stetig inklusive aller Ableitungen, so stimmt das »physikalische Ereignis«, $g'_{\mu\nu}$ bis zur Zeit $t = 0$ mit dem Ereignis $g_{\mu\nu}$ überein, aber es „weicht dann vollkommen von ihm ab“ (ebd.). Der Unterschied ist aber nur illusorisch, es ist nur ein durch den mathematischen Formalismus eingeführter Unterschied. Es geht um verschiedene mathematische Ausdrücke des gleichen physikalischen Geschehens. „Die Aufklärung des Paradoxons erhalten wir“, behauptet Hilbert, in einer Sprechweise, die an Einsteins Punkt-Koinzidenz-Argument erinnert, „wenn wir nur den Begriff der Relativität schärfer zu erfassen suchen“. Nicht nur sind die Weltgesetze vom Bezugssystem unabhängig, vielmehr muss man sagen, dass „jede einzelne Behauptung über eine Begebenheit oder ein Zusammentreffen von Begebenheiten physikalisch nur dann einen Sinn hat, wenn sie von der Benennung unabhängig, d.h. wenn sie invariant ist“ (ebd.).

5. Das Punkt-Koinzidenz-Argument als ein Ununterscheidbarkeitsargument Leibnizscher Art. Schlicks Interpretation der Allgemeinen Relativitätstheorie

Das Punkt-Koinzidenz-Argument, wie man es in Einsteins (1916) Aufsatz „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie“ lesen konnte, übte eine unwiderstehliche Faszination auf die Philosophen aus. Gerade weil es einfach war, es als eines der vielen Ununterscheidbarkeitsargumente zu interpretieren, die man bei Helmholtz, Poincaré oder – wie wir gesehen haben – Hausdorff finden kann.[30] Auf diese Weise konnte Einsteins neue Theorie im Kontext der zu diesem Zeitpunkt wohlbekannten Debatte über Geometrie gelesen werden. Das beste Beispiel dieser Strategie ist sicher Moritz Schlicks klassisches Werk „Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik“.[31] Poincaré, Helmholtz und später sogar Hausdorff sind nicht zufälligerweise die Autoren, auf die sich Schlick bezieht. Er verwendete nämlich gerade das Verfahren, das bei solchen Autoren üblich war, nämlich Automorphismen zu berücksichtigen, die allmählich weniger Struktur erhalten.

Schlick fängt mit der „Fiktion einer durchgehenden Größenänderung der Welt“ an, d.h. mit dem „Fall, daß die gedachte transformierte Welt der ursprünglichen geometrisch ähnlich ist“ (Schlick, 1917b, 202). Dann betrachtet er eine kompliziertere Transformation, bei welcher die „Abmessungen aller Objekte sich nur nach einer Richtung hin beliebig verlängerten oder verkürzten“ (ebd.). Letztlich gibt Schlick zu, dass es möglich ist, „die Gegenstände des Universums nach beliebigen Richtungen beliebig verzerrt vor[zu]stellen“ (ebd.), wenn nur die Koordinaten von unendlich benachbarten Punkten in die Koordinaten von unendlich benachbarten Punkten übergehen:

In mathematischer Sprechweise können wir dies Resultat ausdrücken, indem wir sagen: zwei Welten, die durch eine völlig beliebige (aber stetige und eindeutige) Punkttransformation ineinander übergeführt werden können, sind hinsichtlich ihrer physikalischen Gegenständlichkeit miteinander identisch. Das heißt: wenn das Universum sich irgendwie deformierte, so daß die Punkte aller physischen Körper dadurch an neue Orte gerückt werden, so ist damit [...] überhaupt gar keine feststellbare, keine ‚wirkliche' Änderung eingetreten, wenn die Koordinaten eines physischen Punktes am neuen Orte auch ganz beliebige Funktionen der Koordinaten seines alten Ortes sind; nur wird natürlich vorauszusetzen sein, daß die Körperpunkte ihren Zusammenhang bewahren, daß also solche, die vor der Deformation benachbart waren, es auch nachher bleiben (d.h. jene Funktionen müssen stetig sein), und ferner darf jedem Punkt der ursprünglichen Welt nur ein Punkt der neuen entsprechen, und umgekehrt (d.h. die Funktionen müssen eindeutig sein). (Schlick, 1917b, 164)

Das Prinzip, dass alle Gaußschen Koordinatensysteme für die Formulierung der allgemeinen Naturgesetze gleichwertig sind, bedeutet, dass beim Übergang von einem System Gaußscher Koordinaten zu einem beliebig deformierten, raumzeitliche Koinzidenzen, d.h. alle wirklich feststellbaren Tatsachen der Physik, unberührt bleiben:

Statt zu sagen: ich deformiere die Welt in bestimmter Weise, kann ich ebensogut sagen: ich beschreibe die unveränderte Welt durch neue Koordinaten [...]. Beides ist einfach dasselbe, und jene gedachten Deformationen würden gar keine reale Änderung der Welt bedeuten, sondern nur eine Beziehung auf andere Koordinaten. (Schlick, 1917b, 165)

Das Punkt-Koinzidenz-Argument wird also als ein Ununterscheidbarkeitsargument Leibnizscher Art betrachtet, gerade wie diejenigen, die in der Debatte des 19. Jahrhunderts über die Grundlagen der Geometrie so verbreitet waren. Die Argumente, die Poincaré, Helmholtz oder Hausdorff in Bezug auf den Raum angewandt haben, hat Einstein einfach auf die vierdimensionale Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit übertragen:

Denken wir uns eine derartige durchgehende Veränderung im Universum vorgenommen, welche jeden physischen Punkt so an einen anderen Raum-Zeit-Punkt bringt, daß seine neuen Koordinaten x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 ganz beliebige (nur stetige und eindeutige) Funktionen seiner vorigen Koordinaten x_1, x_2, x_3, x_4 sind, so ist wiederum die neue Welt von der alten physikalisch überhaupt gar nicht verschieden, die ganze Änderung ist weiter nichts als eine Transformation auf andere Koordinaten. Denn das durch unsere Apparate allein Beobachtbare, die raum-zeitlichen Koinzidenzen, bleibt ja erhalten.

Zwei Punkte, die in dem einen Universum in dem Weltpunkt x_1, x_2, x_3, x_4 zusammenfielen, koinzidieren im andern in dem Weltpunkt x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 ihr Zusammenfallen – und weiter läßt sich ja nichts beobachten – findet in der zweiten Welt genau so gut statt, wie in der ersten. (Schlick, 1917b, 235)

Das Punkt-Koinzidenz-Argument, so formuliert, ist also nochmals ein Ununterscheidbarkeitsargument à la Leibniz, in dem Diffeomorphismen einfach die Rolle der Verschiebungen übernommen haben. Beide Universen würden also nicht zu unterscheiden sein, da alle relevante geometrische Struktur ja in beiden Universen gleich aussähe: „das räumlich-zeitlich deformierte Universum ist mit dem ursprünglichen in jeder Hinsicht physikalisch identisch, sofern nur nach der Deformation alle räumlich-zeitlichen Koinzidenzen der Punktpaare dieselben sind wie vorher“ (Schlick, 1917b, 201).

Im für die Buchversion hinzugefügten Kapitel „Beziehungen zur Philosophie“ konnte Schlick dann Einsteins Argument mit seinem Ansatz in der *Allgemeine Erkenntnisslehre* (Schlick, 1918, die schon 1916 so gut wie fertig war) in Verbindung setzen; er leitete den objektiven Raum-Zeitbegriff aus den sinnlichen Empfindungskomplexen unterschiedlicher Vorstellungsräume ab: da „diese Koinzidenzen für alle anschaulichen Räume der verschiedenen Sinne und Individuen stets übereinstimmend auftreten“, eben deshalb wird durch sie „ein objektiver, d.h. von den Einzelerlebnissen unabhängiger“, für alle gültiger Punkt definiert (Schlick, 1917b, 274; vgl. Engler, 2006).

6. Das Punkt-Koinzidenz-Argument und Kretschmanns Argument gegen Allgemeine Kovarianz

Schlicks Strategie, das Punkt-Koinzidenz-Argument im Kontext der Debatte des 19. Jahrhunderts über die Grundlagen der Geometrie zu interpretieren, ist alles andere als unplausibel. Wie wir gesehen haben, hatte Kretschmann (1915) das Argument gerade aus dieser Tradition übernommen. Es war gerade Kretschmann der betonte, dass unsere physikalische Erkenntnis nur zu „den durch Beobachtungen verifizierbaren […] rein topologischen Inhalten der Gesetze“ (Kretschmann, 1915, 938), d.h. nur zu Punkt-Koinzidenzen Zugang hat.

Indem aber Schlick das Punkt-Koinzidenz-Argument als eine Radikalisierung von Leibniz’ Ununterscheidbarkeitsargumenten nach dem

Muster von Poincaré oder Hausdorff betrachtete, verallgemeinerte er die Automorphismengruppe der Raumzeit zur Diffeomorphismengruppe, zur Gruppe aller stetigen und eindeutigen Punkttransformationen, die nur die ‚topologischen' Punkt-Koinzidenzen erhalten. Die mathematische Struktur zu der die Erfahrung Zugang hat ist nicht reich genug um Welten zu unterscheiden, die, obwohl eine das verzerrte Abbild der anderen ist, in Punkt-Koinzidenzen übereinstimmen.

Es ist gerade Kretschmanns berühmter zweiter, 1918 in den *Annalen der Physik* erschienener Aufsatz „Über den physikalischen Sinn der Relativitätspostulate" (Kretschmann, 1918), der zeigte, dass diese Interpretation schwer zu verteidigen ist. Hier wendete Kretschmann das Punkt-Koinzidenz-Argument gegen Einstein. Dabei verweist er selbstverständlich auf seinen Aufsatz von 1915. Der Kontext des Punkt-Koinzidenz-Arguments ist aber jetzt auch für Kretschmann nicht mehr Poincarés Philosophie der Geometrie, sondern die ‚absolute Differentialrechnung' von Ricci und Levi-Civita:

> Denn nach den Untersuchungen von Ricci und Levi-Cività [sic] dürfte es kaum zweifelhaft sein, daß man jedes physikalische Gleichungssystem ohne Änderung seines durch Beobachtungen prüfbaren Inhaltes auf eine allgemein kovariante Form bringen kann. Das leuchtet von vornherein ein, wenn man sich wieder vergegenwärtigt, daß in Strenge nur rein topologische Tatsachen des Naturgeschehens oder nach Einstein Koinzidenzen beobachtbar sind. (Kretschmann, 1918, 579)

Wenn Einstein seine „Forderung der Kovarianz der physikalischen Gleichungen" bei beliebigen stetigen Koordinatentransformationen auf die Tatsache stützt, dass „alle physikalische Erfahrung letzten Endes in der Beobachtung rein topologischer Beziehungen oder ‚Koinzidenzen' zwischen den räumlich zeitlichen Beobachtungsgegenständen besteht", dann ist diese Forderung trivial: alle Theorien können „durch Einführung der unbestimmten Koeffzienten $g_{\mu\nu}$ in den Ausdruck des Linienelementes auf allgemeine kovariante Form gebracht werden" (Kretschmann, 1918, 578).

Die Forderung der allgemeinen Kovarianz hat nichts mit der Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips zu tun. Kretschmann in seiner etwas schwerfälligen Prosa zeigt, dass ein Relativitätsprinzip einer Raum-Zeit-Lehre modern gesprochen durch Automorphismen bestimmt ist, die lichtartige und zeitartige Weltlinien in sich selbst übertragen. In allgemein-relativistischer Raumzeit (im allgemeinsten Fall) ist der einzige Automorphismus, der lichtartige und zeitartige Weltlinien in sich selbst überträgt, die Identität (vgl. Rynasiewicz, 1999): „Die Einsteinsche Theorie genügt demnach physikalisch […] überhaupt keinem Relativitäts-postulate; sie ist ihrem Inhalte nach eine vollkommene Absoluttheorie“ (Kretschmann, 1918, 610).

Das Prinzip der allgemeinen Kovarianz kann nicht als ein Relativitätspostulat interpretiert werden (vgl. Norton, 1995). Eine Theorie, in welcher die lichtartigen und zeitartigen Weltlinien nach „beliebige[r] stetige[r] Verzerrung wieder in sich selbst übergehen“ (Kretschmann, 1918, 612), d.h. eine Theorie, die invariant wäre gegenüber der breitesten Automorphismengruppe, der Diffeomorphimsengruppe, wäre sinnlos. Ganz im Gegenteil schrumpft in der allgemein-relativistischen Raumzeit im allgemeinen Fall die Automorphismengruppe zur Identität zusammen. Im Kontext der allgemeinen Relativitätstheorie ergeben also Ununterscheidbarkeitsargumente im Sinne Leibniz’ überhaupt keinen Sinn. Wenn Kretschmann 1915 die logisch-empiristische Interpretation alles in allem antizipiert hatte, hatte er sie schon 1917 widerlegt.

6.1 Einsteins und Weyls Antwort auf Kretschmann

Einsteins Antwort auf Kretschmann, dass eine allgemein kovariante Formulierung von vor-allgemein-relativistischen Theorien unnötig kompliziert wäre (Einstein, 1918), gilt gewöhnlich als nicht besonders überzeugend. Wie Weyl (1918b) in *Raum, Zeit, Materie* betont, ohne explizit auf Kretchmann zu verweisen, ist es unverkennbar, dass das Postulat der allgemeinen Invarianz nur „eine rein mathematische Angelegenheit“ (Weyl, 1918b, 205) ist, die keine physikalische Bedeutung hat: „die Naturgesetze so formulieren, dass sie invariant sind gegenüber beliebigen Transformationen; das ist eine mathematische Wesensmöglichkeit, es liegt darin gar keine besondere Eigentümlichkeit dieser Gesetze“ (ebd.). Die physikalische Neuigkeit der allgemeinen Relativitätstheorie muss vielmehr darin gefunden werden, dass während es in der speziellen Relativitätstheorie immer möglich ist, die Koordinaten so zu wählen, dass die $g_{\mu\nu}$' die Minkowski-Werte annehmen, in der allgemeinen die $g_{\mu\nu}$', wie die elektro-magnetische Potentiale, „physikalische Zustandsgrößen [sind], denen etwas Reales entspricht“ (Weyl, 1918b, 198) und die partiellen Differentialgleichungen unterworfen sind:

„Weniger in der Forderung der allgemeinen Invarianz, sondern in dieser Annahme erblicke ich daher den eigentlichen Kern der allgemeinen Relativitätstheorie" (Weyl, 1918b, 181).

Es gibt aber einen wesentlichen Unterschied zwischen Einsteins Gravitationstheorie und den klassischen Feldtheorien. Hat man in der Allgemeinen Relativitätstheorie einmal eine bestimmte Lösung der allgemeinen kovarianten Feldgleichungen gefunden, kann man daraus durch eine bloße Koordinatenänderung eine beliebige Anzahl von anderen Lösungen ableiten. Wenn die Anfangswerte für die $g_{\mu\nu}$ gegeben sind, bleibt nämlich die Evolution von vier der zehn Komponenten von den $g_{\mu\nu}$ durch Einsteins Feldgleichungen unbestimmt:

> In dem System der Feld- und Gravitationsgesetze sind daher vier *überschüssige* Gleichungen enthalten. In der Tat muß die allgemeine Lösung vier willkürliche Funktionen enthalten, da die Gleichungen ja, zufolge ihrer invarianten Natur das Koordinatensystem der x_i vollständig unbestimmt lassen und mithin durch willkürliche stetige Transformation dieser Koordinaten aus einer Lösung dieser Gleichungen immer wiederum Lösungen hervorgehen (die aber *objektiv denselben Weltverlauf* darstellen). (Weyl, 1918b, 215; Hervorhebungen von mir).

Eben diese überschüssigen mathematischen Freiheitsgrade, die keinen entsprechenden Anteil in der Realität haben, bilden das Problem, das Einstein beschäftigt hatte. Das Punkt-Koinzidenz-Argument zeigte ihm gerade, dass die bis zu einer bloßen Koordinatentransformation verschiedenen Lösungen der Feldgleichungen denselben Weltverlauf darstellen: zwei Systeme von Feldlinien, die sich auf gleiche Weise schneiden, d.h. die in raumzeitlichen Koinzidenzen übereinstimmen, definieren die gleiche physikalische Situation. Es geht nur um mathematisch verschiedene Darstellungen desselben physikalischen Feldes.

Im Nachhinein kann man sagen, dass es gerade Weyl war, der die Mittel zur Verfügung stellte, die Natur einer solchen ‚Redundanz' begrifflich einzuordnen. 1918 unternahm Weyl (Weyl, 1918a) den Versuch, die die Gravitation beschreibende Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Elektromagnetismus in einem einzigen geometrischen Schema zu vereinigen.[32] Wenn Einsteins Gravitationstheorie die „Willkürlichkeit des Koordinatensystems" voraussetzt, verlangt Weyls Theorie außerdem die „Willkürlichkeit der Maßeinheiten" (Weyl, 1919, 101); nicht nur die Invarianz der Naturgesetze gegenüber einer beliebigen Koordinatentransformation (‚Koordinaten-Invarianz', Weyl, 1919, 101), d.h. gegenüber der Ersetzung $g_{\mu\nu}(x)$ durch $g'_{\mu\nu}(x')$; sondern auch gegenüber einer beliebigen Änderung der Maßeinheit, d.h. gegenüber der Ersetzung von $g_{\mu\nu}$ durch $\lambda g_{\mu\nu}$ (‚Maßstab-Invarianz'), wobei das Koordinatensystem das gleiche bleibt. In beiden Fällen gibt es mathematisch verschiedene $g_{\mu\nu}$-Systeme, die dieselbe einzelne physische Situation beschreiben. „Und bekamen wir damals die Gravitation, so bekommen wir jetzt den Elektromagnetismus geschenkt" (Weyl, 1919, 112).

7. Weyl über Einsteins Ununterscheidbarkeitsargument

Das Punkt-Koinzidenz-Argument drückt also nicht einen Mangel an mathematischer Struktur aus; sondern es ist die Antwort auf die Entdeckung eines Überschusses an mathematischer Struktur, die man in Anspielung an Weyls Theorie Eichfreiheit nennt. Schlick hat die Bedeutung des Punkt-Koinzidenz-Arguments auf zweierlei Art verkannt: Das ‚öffentliche' Punkt-Koinzidenz-Argument ist kein Ununterscheidbarkeitsargument. Es ist nur der triviale Ausdruck der Forderung der allgemeinen Kovarianz, die alle Theorien erfüllen können. Das ‚private' Punkt-Koinzidenz-Argument ist ein Ununterscheidbarkeitsbargument, aber offensichtlich nicht ein Ununterscheidbarkeitsbargument á la Leibniz, d.h. nicht eines von solchen Argumenten wie diejenigen von Helmholtz, Poincaré oder Hausdorff.

In den folgenden Jahren hat Schlick das Vertrauen in seinen Interpretationsansatz nie verloren. 1921 gab Schlick Helmholtz' *Erkenntnistheoretische Schriften* heraus (Helmholtz, 1921). In Schlicks Kommentaren erscheint Einsteins Argument schon implizit in Helmholtz' Konvexspiegel Gedankenexperiment: Die beiden Welten sind ununterscheidbar, weil „alle Punkt-Koinzidenzen erhalten bleiben" (Helmholtz, 1921, 34; Schlicks Kommentar). In der 3. Auflage von *Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik* erwähnt Schlick außer Poincaré und Helmholtz auch Hausdorff. „[E]rst nach Erscheinen der zweiten Auflage" (Schlick, 1920b, 198, Anm. 1), so liest man in einer Fußnote, lernte Schlick „das höchst scharfsinnige und faszinierende Buch", „Das Chaos in kosmischer Auslese. Ein erkenntniskritischer Versuch von Paul Mongré, Leipzig 1898" (Schlick, 1922, 28) kennen. „Das fünfte Kapitel dieses Werkes", schreibt Schlick weiter, „gibt eine sehr vollkommene Darstellung der oben im Text folgenden Erörterungen. Nicht nur die Gedanken

Poincarés, sondern auch einige der oben hinzugefügten Ergänzungen sind dort bereits vorweggenommen“ (ebd.).

7.1 Weyls Anspielung auf die Lochbetrachtung

Die Logischen Empiristen, Schlick folgend, werden dann überzeugt, dass „die allgemeine Theorie […] [i]n den Koinzidenzen das einzig Invariante [sieht] und […] nur die Maßbeziehungen zwischen den Koinzidenzen [relativiert]“ (Reichenbach, 1922, 332). In „Massenträgheit und Kosmos“ (Weyl, 1924) macht Weyl klar, was der Fehler der Logischen Empiristen war.

Die Logischen Empiristen, um ein von Weyl oft verwendetes Bild zu benutzen, verglichen die allgemein-relativistische Raumzeit mit einer ‚Plastelinenmasse‘ (Weyl, 1924, 198), die geometrisch ununterscheidbar von jeder anderen ist, die von ihr durch irgendeine stetige Deformation hervorgeht.[33] Auf diese Weise würde aber die Raumzeit zu einem baren Kontinuum in dem nur das Zusammenfallen und die unmittelbare Nachbarschaft von Ereignissen relevant wären: „Darum“, bemerkt Weyl, „ist aber eine Lösung des Problems, die […] eine Weltstruktur überhaupt ausschalten will, unmöglich“ (Weyl, 1927, 73). Die Raumzeit ist nicht „amorph, sondern trägt eine Struktur“ (Weyl, 1931, 49), insbesondere eine affingeometrische Struktur, die als Standard für nicht-Beschleunigung gilt. Einsteins Theorie hat nicht eine solche Struktur abgeschafft, sondern gezeigt, dass sie ein dynamisches Feld ist: „*An dem Dualismus von Führung und Kraft wird also festgehalten; aber die Führung ist ein physikalisches Zustandsfeld*“ (wie das elektromagnetische), ein „Führungsfeld“, wie es Weyl nennt (Weyl, 1924, 198; Weyls Hervorhebung).

Wenn dieses Resultat in der Literatur erwähnt wird (Coleman und Korté, 1982), wird jedoch übergangen, dass Weyl in „Massenträgheit und Kosmos“, in dialogischer Form, den Unterschied eines solchen fehlerhaften Arguments zu Einsteins Ununterscheidbarkeitsargument gezeigt hat. Soweit ich sehen kann, wurde Weyls Anspielung auf Einsteins Ununterscheidbarkeitsargument in der Literatur nicht berücksichtigt, obwohl Weyl, der unter anderem 1912–1913 Einsteins Kollege in Zürich war, sicher eine relevante Quelle ist. Einer der Protagonisten des Dialogs sagt dem anderen:

Begehst du da nicht den gleichen Fehler, den Einstein 1914 machte, als er aus dem Kausalitätsprinzip auf die Unmöglichkeit der allgemeinen Relativitätstheorie schloß? Denn, so sagte er, worin die Naturgesetze invariant sind gegenüber beliebigen Koordinatentransformationen, so erhalte ich aus einer Lösung durch Transformation unendlich viele neue. Teile ich der Welt durch einen dreidimensionalen Querschnitt, welcher ihre beiden Säume voneinander trennt, in zwei Teile und verwende nur solche Transformationen, welche die untere Hälfte unberührt lassen, so stimmen alle diese Lösungen gleichwohl in der unteren Welthälfte mit der ursprünglichen überein (Weyl, 1924, 202).

Man definiert den Zustand der Welt in einem Augenblick durch den dreidimensionalen Querschnitt $t = 0$, (eine sog. Cauchy Oberfläche), der Vergangenheit und Zukunft trennt; es sollte dann möglich sein nach streng gültigen bekannten mathematischen Gesetzen den künftigen Geschehensverlauf ableiten zu können. Man führe aber in der ‚Zukunft' $t > 0$ (in der oberen Welthälfte), eine Koordinatentransformation durch. Dann würden sich bewegende Körper durch andere Punkte laufen, obwohl die Vergangenheit $t \leq 0$ (die untere Welthälfte) unverändert geblieben ist. ‚Einsteins Fehler' besteht nach Weyl im Folgenden:

Er übersah, daß alle diese Lösungen auch in der oberen Welthälfte objektiv den gleichen Zustandsverlauf wiedergeben, daß ein Unterschied nur bestünde, wenn die vierdimensionale Welt ein stehendes Medium wäre, in das sich die Spuren der materiellen Vorgänge so oder so einzeichnen. Und nur dann kann man auch die Möglichkeiten der Realisierung, von denen du sprichst, als verschieden anerkennen. Ein solches stehendes Medium wird aber, ohne Zweifel mit deinem Beifall, von der Relativitätstheorie durchaus geleugnet. (Weyl, 1924, 202).

Wenn die vierdimensionale leere Welt, die stetige vierdimensionale Mannigfaltigkeit aller möglichen Raumzeitpunkte, ein stehendes Medium wäre, dann hätte es einen Sinn zu sagen, dass die Bahnen, die vor der Koordinatentransformation durch bestimmte Raumzeitpunkte laufen, nach der Koordinatentransformation durch andere Punkte laufen würden. Wie wir gesehen haben, ist es nicht sinnvoll, ein solches Kontinuum von individuierten Raumzeitpunkten als Hintergrund zu postulieren auf dem das Gravitationsfeld ‚liegen' sollte. Da alle Körper ohne Ausnahme durch die Gravitationskraft auf die gleiche Weise ‚abgelenkt' werden, hätte man kein Mittel um ein solches Feld von dem angeblichen Hintergrund abzusondern. Das ‚bare Kontinuum', auf dem das Gravitationsfeld und die anderen Felder liegen, ist physikalisch irrelevant.

Unterschiede die bloß im Bezug auf diesen Hintergrund erscheinen, sind also keine Unterschiede.

Man unterscheidet also auch hier „zwischen dem amorphen Kontinuum und seiner metrischen Struktur“ (Weyl, 1931, 51). Die Logischen Empiristen hatten aber irrigerweise behauptet, dass in der Allgemeinen Relativitätstheorie ein solcher strukturloser ‚topologischer‘ Raum die einzige physikalisch relevante geometrischer Struktur der Theorie sei; der Raum, könnte man sagen, wird dadurch von der metrischen Struktur abgelöst, die bloß willkürlich ist. In Einsteins Theorie ist aber gerade die metrische Struktur die einzige relevante Struktur, während, wie Weyls Darstellung von Einsteins Unterscheidbarkeitsargument zeigt, der strukturlose Raum eine bloße mathematische Redundanz ist: „Die metrische Struktur“, schreibt Weyl, „wird dadurch gleichsam vom Raume abgelöst, sie wird zu einem in dem zurückbleibenden strukturlosen Raume existierenden Feld“ (Weyl, 1925/1988, 5).

7.2 Weyl und der Begriff von ‚Eichinvarianz‘

Nach der Entdeckung, dass die absolute Längeneinheit atomistisch durch die Wellenlänge h/mc des Elektrons geliefert wird, verlor Weyls Theorie von 1918 definitiv ihre Überzeugungskraft. Schon 1927 hatte aber Fritz London vorgeschlagen, dass „die komplexe Amplitude der de Broglie’schen Welle“, die gleiche Rolle wie das Eichmaß in Weyls ursprünglicher Theorie übernehmen könnte (London, 1927, 380). Weyl selber wandte später seinen ursprünglichen Ansatz auf die Phasenverschiebung der Dirac-Gleichung an, die relativistische Wellengleichung, die Verhalten von Elektronen beschreibt.[34] Die Dirac-Gleichung, bleibt unverändert, wenn man die vierkomponentige Wellenfunktion ψ durch $\psi^{\lambda ei}$ ersetzt (man bekommt nämlich das gleiche Interferenzmuster in einem Doppelschlitz-Experiment). Wenn man eine stetig differenzierbare, von Zeit und Ort abhängige Änderung des Faktors λ durchführt, muss ein Kraftfeld eingeführt werden, das die lokale Veränderung der Phasenverschiebung kompensiert (vgl. C.-N. Yang und Mills, 1954). Das leistet gerade das elektromagnetische Feld: „das Elektrische Feld [ist] ein notwendiges Begleitphänomen nicht des Gravitationsfeldes, sondern des materiellen, durch ψ dargestellten Wellenfeldes“ (Weyl, 1929a, 348).

Obwohl man „lieber von Phasen- statt von Eichinvarianz sprechen“ sollte (Weyl, 1951, 81), erlaubt sich Weyl aber einen solchen nicht mehr reellen, sondern rein imaginären Faktor λ ‚Eichfaktor‘ zu nennen. Es geht nämlich, wie Weyl betont, um eine „Invarianzeigenschaft, die in formaler Hinsicht derjenigen gleicht, die ich in meiner Theorie von Gravitation und Elektrizität vom Jahre 1918 ab Eichinvarianz bezeichnet hatte“ (Weyl, 1929a, 331). Die Eichinvarianz verbindet aber jetzt die elektromagnetischen Potentiale nicht mit den $g_{\mu\nu}$ der Gravitation, sondern mit den ψ des Materiefeldes. Auch in diesem Fall wird dasselbe physikalische Feld mathematisch durch eine Klasse äquivalenter Dirac-Gleichungen beschrieben. Dabei betonte Weyl nämlich immer noch die Analogie zur Allgemeinen Relativitätstheorie: „Da die Eichinvarianz eine willkürliche Funktion λ einschließt, hat sie den Charakter ‚allgemeiner‘ Relativität und kann natürlich nur in ihrem Rahmen verstanden werden“ (Weyl, 1929a, 331).

Die Analogie zwischen Eichinvarianz und Koordinateninvarianz bleibt dann begrifflich fundamental. Es geht um mathematisch verschiedene Darstellungen, die aber die gleiche physikalische Situation beschreiben. Philosophisch relevant ist, dass Einsteins Lochbetrachtung eben diese Form von Ununterscheidbarkeit voraus zu setzen scheint.[35] In Einsteins Ununterscheidbarkeitsargument spielen also Diffeomorphismen nicht die Rolle von Symmetrietransformationen (wie Verschiebungen oder Spiegelungen in Leibniz’ Argument), sondern von Eichtransformationen. Die Lochbetrachtung kann überwunden werden, wenn man feststellt, dass physikalisch dasselbe Gravitationsfeld durch eine Äquivalenzklasse von mathematisch verschiedenen metrischen Feldern ausgedrückt wird.

8. Fazit: Leibniz-Äquivalenz und Einstein-Äquivalenz

Wie erwähnt, hat Weyl seit den dreißiger Jahren hervorgehoben, dass Leibniz’ Ununterscheidsbarkeitsargumente den Symmetriebegriff in die Geschichte der Naturwissenschaft eingeführt haben.[36] Gerade Weyl scheint aber auch die Mittel zu Verfügung gestellt zu haben, um Einsteins Ununterscheidbarkeitsargument als Ausdruck davon zu verstehen, was wir heute, immer noch in Anspielung auf Weyls Theorie, ‚Eichfreiheit‘ nennen (vgl. Rovelli, 2004). Dies ist meines Erachtens aufschlussreich für die angeregte moderne Debatte über Raumzeittheorien, die der wichtige Aufsatz von Earman und Norton (1987) entfacht und dominiert hat. Das Punkt-Koinzidenz-Argument kann nicht einfach als „a stronger version of a famous argument due to Leibniz himself against Newton" (Janssen, 2005, 74), als Ausdruck von Leibniz-Äquivalenz, verstanden werden. Die Analogie zwischen Leibniz' und Einsteins Argumenten könnte prima facie zwar plausibel erscheinen: in beiden Fällen gibt es ja durch die Theorie erlaubte, verschiedene mögliche Welten, die sich letztlich als dieselbe Welt erweisen. Jedoch ist die Ähnlichkeit beider Argumente nur eine scheinbare. Wenn man in beiden Fällen von Ununterscheidbarkeit sprechen darf, so handelt es sich doch um zwei verschiedene Arten von Ununterscheidbarkeit:

– eine Ununterscheidbarkeit, die aus einem *Mangel an mathematischer Struktur* entsteht, in der angenommene physikalische Unterschiede keinen Ausdruck finden können, die deshalb für *mathematisch irrelevant* erklärt werden. Da alle relevante mathematische Struktur im Urbild auch im Abbild gefunden werden kann, kann der Unterschied zwischen Abbild und Urbild in der mathematischen Struktur der Theorie nicht ausgedrückt werden; Urbild und Abbild sind individuell verschieden aber *begrifflich identisch*.
– eine Ununterscheidbarkeit, die aus einem *Überschuss an mathematischer Struktur* folgt. In Bezug auf eine solche Struktur entstehen mathematische Unterschiede, die jedoch für *physikalisch irrelevant* erklärt werden: Urbild und Abbild sind *begrifflich verschieden*, aber drücken individuell dieselbe physikalische Situation aus.

Das tritt am deutlichsten zutage, wenn man auf die heute[37] auch in der philosophischen Debatte übliche, auf raum-zeitlichen ‚Modellen' beruhende Darstellung, zurückgreift. In pre-relativistischen Theorien, wie der Speziellen Relativitätstheorie, sind nur diejenigen Transformationen h (Lorentz-Transformationen) erlaubt, die die relevante Struktur der Theorie $\langle M, \eta_{\mu\nu}\rangle$ unverändert lassen ($h * \eta_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$): Ununterscheidbarkeit entsteht hier weil bestimmte physikalische Unterschiede (Position, Geschwindigkeit, Orientierung) in der mathematischen Struktur nicht vorkommen dürfen, vor und nach der Transformation erscheinen nur die *gleichen* Funktionen $\eta_{\mu\nu}$ (wobei $\eta_{\mu\nu} = \pm\,\delta_{\mu\nu}$). In der Allgemeinen Relativitätstheorie sind dagegen Transformationen h (Diffeomorphismen) erlaubt, die die relevante Struktur der Theorie $\langle M, g_{\mu\nu}\rangle$ nicht erhalten ($h * g_{\mu\nu} \neq g_{\mu\nu}$): Ununterscheidbarkeit entsteht, weil Unterschiede zwischen mathematisch verschiedenen Strukturen, $\langle M, g_{\mu\nu}\rangle$, $\langle M', g'_{\mu\nu}\rangle$, $\langle M'', g''_{\mu\nu}\rangle$, … als physikalisch irrelevant gelten (es geht um *das gleiche* Gravitationsfeld, das durch verschiedene $g_{\mu\nu}$-Systeme ausgedrückt wird).

Weyl hat uns die begrifflichen Mittel zur Verfügung gestellt, um diesen Unterschied einzuordnen: Leibniz' Ununterscheidbarkeitsargumente im Briefwechsel mit Clarke führten den Begriff der ‚Symmetrie' in die Wissenschaftsgeschichte ein, Einsteins Ununterscheidbarkeitsargument, die Lochbetrachtung, dagegen brachte die Idee der heute so genannten ‚Eichfreiheit' ein. Die Logischen Empiristen, so kann man dann modern ausgedrückt argumentieren, betrachteten irrigerweise Diffeomorphismen als die *Symmetriegruppe* der allgemeinen-relativistischen Raumzeit. Einstein, modern gesprochen, betrachtete Diffeomorphismen als die *Eichgruppe* der Theorie.[38]

In der heutigen Debatte ist man sich dieses Unterschieds selbstverständlich bewusst. Indem man aber den Ausdruck ‚Leibniz-Äquivalenz' verwendet, um die Leistung von Einsteins Argument zu benennen, bringt man meines Erachtens irrtümlich zwei ganz verschieden Formen von ‚Ununterscheidbarkeit' unter den gleichen Oberbegriff. Es wäre daher ratsam, eine Unterscheidung zwischen Leibniz-Äquivalenz (als Konsequenz eines mathematischen ‚Mangels') und Einstein-Äquivalenz (als Konsequenz mathematischer ‚Redundanz') einzuführen. Dies könnte ein nützlicher Ansatz sein, um einige der bedeutendsten konzeptuellen Neuigkeiten der Physik im 20. Jahrhundert philosophisch einzuordnen.[39] Die Existenz zweier Formen von Ununterscheidbarkeitsargumenten zeigt, dass Invarianzen nach Symmetrien und Redundanzen unterschieden werden sollten, auch wenn dieser Unterschied manchmal durch den Begriff ‚Eichsymmetrien' verwischt wird (vgl. Giulini und Straumann, 2006).

Anmerkungen

1 Diffeomorphismen sind Abbildungen eines Raumes auf sich selbst, die, grob gesagt, das unmittelbare Benachbartsein von Punkten unangetastet lassen.
2 Verschiebungen sind Abbildungen eines Raumes auf sich selbst, bei denen die Abstände nicht geändert werden.
3 Vgl. insbes. Maudlin (1988), Butterfield (1989), Stachel (1993), Rynasiewicz (1994), Hoefer (1996), Saunders (2002).

4 Für einen Überblick siehe Rickles (2008).
5 Für eine Darstellung des received view siehe Jammer (1993, 231 ff.), Carrier (2009, § 4.3).
6 Vgl. Friedman (1983), Ryckman (1992), Howard (1999), Ryckman (2005).
7 Vgl. Schneider (1988), De Risi (2007).
8 Vgl. GM, V, 179–80; VII, 30; VII, 281–82.
9 Vgl. Leibniz zu Gallois in (GM, I, 180).
10 Vgl. z. B. (GM, V, 155); für eine Liste von Passagen: Schneider (1988).
11 Vgl. Newton (1962), McGuire (1978), DiSalle (2006b).
12 Vgl. etwa Stein (1967/1970), DiSalle (2002; 2006a).
13 Vgl. Lariviere (1987), Arthur (1994), Roberts (2003), Jauernig (2008), Huggett et al. (2009).
14 Vgl. Weyl (1921; 1922a; 1923a; 1927)
15 Vgl. Sklar (1974), Rynasiewicz (1996), Dorato (2000).
16 Vgl. Hawkins (1984), Rowe (1989; 1997).
17 Vgl. Farwell (1990), Farwell und Knee (1990).
18 Vgl. Nerlich (1994), DiSalle (2006b).
19 Vgl. auch Helmholtz (1879, Beilage III, 60); siehe dazu DiSalle (2006a).
20 Hausdorffs Reflexionen über die Geometrie haben erst kürzlich das Interesse der Fachwelt auf sich gezogen. Vgl. hierzu Epple (2006; 2007), Giovanelli (2010).
21 Siehe insbes. Poincaré (1903; 1907; 1912).
22 Vgl. Poincaré (1907, 4): „[…] ces deux univers seront indiscernables l'un et l'autre"; Poincaré (1913a, 62): „Il est amorphe, c'est-à-dire qu'il ne diffère pas de celui qu'on en déduirait par une déformation continue quelconque".
23 Vgl. Poincaré (1895, 10): „Si toutes ces conditions sont remplies, nous dirons que les deux variétés *V* et *V'* sont équivalentes au point de vue de *Analysis Situs*, ou, pour abréger le langage, qu'elles sont homéomorphes". Oder besser: „diffeomorph"; vgl. dazu: Moore (2007); Scholz (1979, 288).
24 Vgl. dazu: Bollinger (1972); Scholz (1979).
25 Vgl. Einstein (1914b, 178); Einstein und Grossmann (1914, 218).
26 Kretschmann bezieht sich hier auf Mach („Wenn wir nun fragen, was denn eigentlich der physiologische Raum mit dem geometrischen Raum gemein hat, so finden wir nur wenige Übereinstimmungen. […] Höchstens könnte man auf Grund desselben eine Topologie aufbauen" (Mach, 1905, 337 ff.; 423 ff.; hier: 337f.)) und die deutschen Übersetzungen der Klassiker von Poincaré (1906a; 1906c; 1913b).
27 Wie aus einem Brief von Lorentz an Ehrenfest, 9. Januar 1916, hervorgeht (vgl. Kox, 1987).
28 CPAE, 8a, Doc. 173, 26. Dezember 1915; Doc. 180, 5. Januar 1915.
29 Vgl. Stachel (1993), Renn und Stachel (2007).
30 Vgl. Friedman (1983, 47), Howard (1999).
31 Erstmals im März 1917 als Aufsatz in *Die Naturwissenschaften* veröffentlicht (Schlick, 1917b), ist es zwei Monate später (ebenfalls bei Julius Springer) als Buch erschienen (Schlick, 1917a) und hat bis 1922 vier Auflagen erfahren (Schlick, 1919; 1920a; 1922).

32 Vgl. Straumann (1987), Vizgin (1994), O'Raifeartaigh und Straumann (2000).
33 Vgl. z. B. Weyl (1927, 74); siehe auch Eddington (1920), 87–88.
34 Vgl. Weyl (1928, 89; 1929b; 1929c; 1929a); Scholz (2004; 2008) und Dirac (1928a; 1928b).
35 Vgl. Norton (2003), (Maudlin (2002), Belot (1998).
36 Siehe Weyl (1934, 56f.; 1938, 268; 1939).
37 Seit Hawking und Ellis (1973); vgl. Wald (1984).
38 Vgl. Norton (2003), Rovelli (2004); dagegen Weinstein (1999).
39 Vgl. Chen-Ning Yang (1980; 1986).

Siglen

CPAE: Albert Einstein, 1987–: The Collected Papers of Albert Einstein. Hrsg. von Diana Kormos Buchwald. 13 Bde. Princeton University Press.

GM: Gottfried Wilhelm Leibniz, 1850: Leibnizens mathematische Schriften. Hrsg. von Carl Immanuel Gerhardt. 7 Bde. Halle: Schmidt.

GP: Gottfried Wilhelm Leibniz, 1875: Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz. Hrsg. von Carl Immanuel Gerhardt. 7 Bde. Berlin: Weidmann.

LH: Gottfried Wilhelm Leibniz, 1895: Die Leibniz-Handschriften der Königlichen Öffentlichen Bibliothek zu Hannover. Hannover und Leipzig.

NL FH: Felix Hausdorff, –: ‚Nachlass'. Der Nachlass befindet sich in der Universitätsbliothek Bonn. (Online-Katalog: http.//www.aic.uni-wuppertal.de/fb7/hausdorff/findbuch.asp)

Literatur

Arthur, Richard, 1994: Space and Relativity in Newton and Leibniz. In: The British Journal for the Philosophy of Science 45, S. 219–240.

Bartels, Andreas, 1994: What is Spacetime, if not a Substance? Conclusions from the New Leibnizian Argument. In: Majer, Ulrich; Schmidt, Heinz-Jürgen (Hg.): Semantical Aspects of Spacetime Theories. Mannheim: BI Wissenschaftsverlag, S. 41–51.

Bartels, Andreas, 1996: Modern Essentialism and the Problem of Individuation of Spacetime Points. In: Erkenntnis 45, S. 25–43.

Belot, Gordon, 1998: Understanding Electromagnetism. In: The British Journal for the Philosophy of Science 49, S. 531–555.

Beltrami, Eugenio, 1868: Saggio di interpretazione della geometria non-euclidea. In: Tonelli, Alberto; Cremona, Luigi (Hg.): Opere matematiche. Bd. 1. Milano: Hoepli, S. 374–405.

Beltrami, Eugenio, 1868: Teoria fondamentale degli spazii di curvatura constante. In: Tonelli, Alberto; Cremona, Luigi (Hg.): Opere matematiche. Bd. 1. Milano: Hoepli, S. 406–429.

Beltrami, Eugenio, 1902–1920: Opere matematiche di Eugenio Beltrami. Pubblicate per cura della Facoltà di scienze della R. Università di Roma. Hrsg. von Alberto Tonelli, Guido Castelnuovo und Luigi Cremona. Milano: U. Hoepli.

Bollinger, Maja, 1972: Geschichtliche Entwicklung des Homologiebegriffs. In: Archive for History of Exact Sciences 9, S. 94–170.

Brown, Harvey R., 2005: Physical relativity. Space-Time Structure from a Dynamical Perspective. Oxford: Clarendon.

Butterfield, Jeremy, 1989: The Hole Truth. In: The British Journal for the Philosophy of Science 40, S. 1–28.

Carrier, Martin, 2009: Raum-Zeit. Grundthemen Philosophie. Berlin: de Gruyter.

Christoffel, Elwin Bruno, 1869: Ueber die Transformation der homogenen Differentialausdrücke zweiten Grades. In: Journal für die reine und angewandte Mathematik 70, S. 46–70. [Neudr. in Christoffel, 1910, I, 352–377, 378–382].

Christoffel, Elwin Bruno, 1910: Gesammelte mathematische Abhandlungen. Hrsg. von Ludwig Maurer. Leipzig: Teubner.

Coleman, Robert Alan und Herbert Korté, 1982: The Status and Meaning of the Laws of Inertia. In: Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association 1982. Volume One. Contributed Papers, S. 257–274.

Couturat, Louis, 1902: La logique de Leibniz d'après des documents inédits. Hildesheim: Olms 1961.

De Risi, Vincenzo, 2005: Leibniz on Geometry. Two Unpublished Texts with Translation and Commentary. In: The Leibniz Review 15, S. 127–132.

De Risi, Vincenzo, 2007: Geometry and Monadology. Leibniz's analysis situs and Philosophy of Space. Basel/Boston: Birkhäuser.

Dell'Aglio, Luca, 1996: On the Genesis of the Concept of Covariant

Differentiation. In: Revue d'histoire des Mathematiques 2, S. 215–264.
Dirac, Paul Adrien Maurice, 1928a: The Quantum Theory of the Electron. In: Proceedings of the Royal Society of London. Series A 117.778, S. 610–624.
Dirac, Paul Adrien Maurice, 1928b: The Quantum Theory of the Electron II. In: Proceedings of the Royal Society of London. Series A 118, S. 351–361.
DiSalle, Robert, 2002: Newton's Philosophical Analysis of Space and Time. Cohen, I. Bernard (Hg.): The Cambridge Companion to Newton. Cambridge: Cambridge University Press, S. 33–54.
DiSalle, Robert, 2006a: Kant, Helmholtz, and the Meaning of Empiricism. In: Friedman, Michael; Nordmann, Alfred (Hg.): The Kantian Legacy in Nineteenth-Century Science. Cambridge (Ma.): The MIT Press.
DiSalle, Robert, 2006b: Understanding Space-Time. The Philosophical Development of Physics from Newton to Einstein. Cambridge: Cambridge University Press.
Dorato, Mauro, 2000: Substantivalism, Relationism, and Structural Spacetime Realism. In: Foundations of Physics 30, S. 1605–1628.
Earman, John und John D. Norton, 1987: What Price Substantivalism. The Hole Story. In: British Journal for the Philosophy of Science 38, S. 515–525.
Eddington, Arthur Stanley, 1920: Report on the Relativity Theory of Gravitation. London: Fleetway Press.
Einstein, Albert, 1914a: Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. In: Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften 1914, S. 1030–1085. [Neudr. in CPAE 6, Doc. 9].
Einstein, Albert, 1914b: Prinzipielles zur verallgemeinerten Relativitätstheorie. In: Physikali-sche Zeitschrift 15, S. 176–180. [Neudr. in CPAE 4, Doc. 25].
Einstein, Albert, 1916: Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. In: Annalen der Physik 49, S. 769–822. [Neudr. in CPAE 6, Doc 30].
Einstein, Albert, 1917: Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie (gemeinverständlich). Braunschweig: Vieweg. [Neudr. in CPAE 6, Doc. 42].
Einstein, Albert, 1918: Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie. In: Annalen der Physik 55, S. 241–244. [Neudr. in CPAE 7, Doc. 4].

Einstein, Albert, 1923: Vorwort des Autors zur Tschechischen Ausgabe. In: Theorie relativity speciálni i obecna. Lehce srozumitelný výklad. Praha: Borový. [geschrieben 1922 für die tschechische Ausgabe (1923) von Einstein, 1917; zitiert in CPAE 6, 53, Note 4].

Einstein, Albert und Marcel Grossmann, 1913: Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und eine Theorie der Gravitation. I. Physikalischer Teil von A. Einstein II. Mathematischer Teil von M. Grossmann. Leipzig: Teubner. [Neudr. in CPAE 4, Doc. 13].

Einstein, Albert und Marcel Grossmann, 1914: Kovarianzeigenschaften der Feldgleichungen der auf die verallgemeinerte Relativitätstheorie gegründeten Gravitationstheorie. In: Zeitschrift für Mathematik und Physik 63, S. 215–225. [Neudr. in CPAE 6, Doc. 2].

Engler, Fynn Ole, 2006: Moritz Schlick und Albert Einstein. Url: http://www.mpiwg-berlin.mpg.de/Preprints/P309.PDF.

Epple, Moritz, 2006: Felix Hausdorff's Considered Empiricism. In: Ferreirós, José; Gray, Jeremy (Hg.): The Architecture of Modern Mathematics. Essays in History and Philosophy. Oxford: Oxford University Press.

Epple, Moritz, 2007: An Unusual Career between Cultural and Mathematical Modernism. Felix Hausdorff, 1868–1942. In: Charpa, Ulrich; Deichmann, Ute: Jews and Sciences in German Contexts. Case Studies from the 19th and 20th centuries. Tübingen: Mohr Siebeck, S. 77–100.

Farwell, Ruth, 1990: The Missing Link. Riemann's 'Commentatio', Differential Geometry and Tensor Analysis. In: Historia Mathematica 17, S. 223–255.

Farwell, Ruth und Christopher Knee, 1990: The End of the Absolute. A Nineteenth-Century Contribution to General Relativity. In: Studies in History and Philosophy of Modern Physics 21, S. 91–121.

Farwell, Ruth und Christopher Knee, 1992: The Geometric Challenge of Riemann and Clifford. In: Boi, Luciano; Flament, Dominique; Salanskis, Jean-Michel (Hg.): 1830–1930. A Century of Geometry. Epistemology, History and Mathematics. New York/Berlin: Springer.

Friedman, Michael, 1983: Foundations of Space-Time Theories. Relativistic Physics and Philosophy of Science. Princeton: Princeton University Press.

Galilei, Galileo, 1632: Dialogo di Galileo Galilei Linceo matematico sopraordinario dello studio di Pisa . e filosofo e matematico primario del serenissimo gr. duca di Toscana . doue ne i congressi di quattro giornate si discorre sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico e copernicano . proponendo indeterminatamente le ragioni filosofiche e naturali tanto per l'una quanto per l'altra parte. Florenz: Per Gio.Batista Landini. [Neudr. in Galilei, 1890–1909, vol. 7].

Galilei, Galileo, 1890–1909: Le Opere di Galileo Galilei, Edizione Nazionale. Hrsg. von Antonio Favaro. 20 Bde. Florenz: Barbera.

Giovanelli, Marco, 2010: Leibniz, Kant und Hausdorff über das Raumproblem. In: Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie 41, S. 283–313.

Giovanelli, Marco, 2013: Erich Kretschmann as a Proto-Logical-Empiricists: Adventures and Disadventures of the Point-Coincidence Argument. In: Studies in the History of Modern Phyiscs 44, S. 115–134.

Giulini, Domenico und Norbert Straumann, 2006: Einstein's Impact on the Physics of the Twentieth Century. In: Studies in History and Philosophy of Science. Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics 37, S. 115–173.

Grossmann, Marcel, 1913: Mathematische Begriffsbildungen zur Gravitationstheorie. In: Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich 58.

Hawking, Stephen W. und George Francis Rayner Ellis, 1973: The Large Scale Structure of Space-Time. Cambridge: Cambridge Univ. Press.

Hawkins, Thomas, 1980: Non-Euclidean Geometry and Weierstrassian Mathematics. The Background to Killing's Work on Lie Algebras. In: Historia Mathematica 7, S. 289–342.

Hawkins, Thomas, 1984: The Erlanger Programm of Felix Klein. Reflections on its Place in the History of Mathematics. In: Historia Mathematica 11, S. 442–470.

Hawkins, Thomas, 2000: Emergence of the Theory of Lie Groups. An Essay in the History of Mathematics, 1869–1926. Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences. New York: Springer.

Helmholtz, Hermann von, 1870/1876: Über Ursprung und Bedeutung der Geometrischen Axiome. In: Vorträge und Reden. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, S. 21–51. [mit dem Appendix ‚Mathematische Erläuterungen', S. 51–54; Neudr. in Helmholtz, 2003, vol. I.2.2, S. 640–659].

Helmholtz, Hermann von, 1879: Die Thatsachen in der Wahrnehmung. Rede gehalten zur Stiftungsfeier der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin am 3. August 1878. Berlin: A. Hirschwald.

Helmholtz, Hermann von, 1921: Schriften zur Erkenntnistheorie. Hrsg. von Moritz Schlick und Paul Hertz. Berlin: Springer.

Helmholtz, Hermann von, 2003: Gesammelte Schriften. Hrsg. von Fabian Bernhard. Hildesheim: Olms.

Hilbert, David, 1916/1917: Das Kausalitätsprinzip in der Physik. In: Sauer, Tillman und Majer, Ulrich (Hg.): David Hilbert's Lectures on the Foundations of Physics, 1915–1927. Berlin: Springer, S. 335–346.

Hilbert, David, 1917: Grundlagen der Physik. Zweite Mitteilung, vorgelegt in der Sitzung vom 23. Dezember 1916. In: Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften und der Universität zu Göttingen. Math.-physik. Klasse, 1915, S. 53–72. [Neudr. in Hilbert, 2009, Kp. I, S. 47–72].

Hilbert, David, 2009: David Hilbert's Lectures on the Foundations of Physics 1915–1927. Hrsg. von Tilman Sauer und Ulrich Majer. Berlin/Heidelberg: Springer.

Hoefer, Carl, 1996: The Metaphysics of Space-Time Substantivalism. In: The Journal of Philosophy 93, S. 5–27.

Howard, Don, 1999: Point Coincidences and Pointer Coincidences. Einstein on the Invariant Content of Space-Time Theories. In: Goenner, Hubert (Hg.): The Expanding Worlds of General Relativity. Basel: Birkhäuser, S. 463–500.

Howard, Don und John D. Norton, 1993: Out of the Labyrinth. Einstein, Hertz, and the Gottingen Answer to the Hole Argument. In: The Attraction of Gravitation. New Studies in the History of General Relativity. Basel: Birkhäuser, S. 30–62.

Huggett, Nick und Carl Hoefer, 2009: Absolute and Relational Theories of Space and Motion. In: Zalta, Edward N. (Hg.): The Stanford Encyclopedia of Philosophy, Fall 2009.

Jammer, Max, 1993: Concepts of Space. The History of Theories of Space in Physics. New York: Dover Publications.

Janssen, Michel, 2005: Of Pots and Holes. Einstein's Bumpy Road to General Relativity. In: Annalen der Physik 14 (Supplement), S. 58–85.

Jauernig, Anja, 2008: Leibniz on Motion and the Equivalence of Hypotheses. In: The Leibniz Review 18, S. 1–40.

Klein, Felix, 1872: Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen. Erlangen: Verlag von Andreas Deichert. [Neudr. in Klein, 1921, I, S. 460–497; erneut veröffentlicht als: Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen. In: Mathematische Annalen 43, S. 63–100].

Klein, Felix, 1910: Über die geometrischen Grundlagen der Lorentzgruppe. In: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 19, S. 281–300. [Neudr. in Klein, 1921, S. 533–552].

Klein, Felix, 1921: Gesammelte mathematische Abhandlungen. Springer, Berlin.

Kox, A. J., 1987: Hendrik Antoon Lorentz, the Ether, and the General Theory of Relativity. In: Archive for History of Exact Sciences 38, S. 67–78.

Kretschmann, Erich, 1915: Über die prinzipielle Bestimmbarkeit der berechtigten Bezugssysteme beliebiger Relativitätstheorien. In: Annalen der Physik 48, S. 907–982.

Kretschmann, Erich, 1918: Über den physikalischen Sinn der Relativitätspostulate. A. Einsteins neue und seine ursprüngliche Relativitätstheorie. In: Annalen der Physik 53, S. 575–614.

Lariviere, Barbara, 1987: Leibnizian Relationalism and the Problem of Inertia. In: Canadian Journal of Philosophy 17, S. 437–448.

Laugwitz, Detlef, 1996: Bernhard Riemann, 1826–1866. Wendepunkte in der Auffassung der Mathematik. Basel/Boston: Birkhäuser.

Leibniz, Gottfried Wilhelm, 1850: Leibnizens mathematische Schriften. Hrsg. von Carl Immanuel Gerhardt. 7 Bde. Halle: Schmidt.

Levi-Civita, Tullio und Gregorio Ricci-Curbastro, 1900: Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications. In: Mathematische Annalen 54, S. 125–201. [Neudr. in Ricci-Curbastro, 1956/1957, II, S. 185–271].

Lie, Sophus, 1893: Theorie der Transformationsgruppen. Bd. 3. Leipzig: Teubner.

London, Fritz, 1927: Die Theorie von Weyl und die Quantenmechanik. In: Naturwissenschaften 15, S. 187.

Mach, Ernst, 1905: Erkenntnis und Irrtum. Skizzen zur Psychologie der Forschung. Leibzig: Barth.

Maudlin, Tim, 1988: The Essence of Space-Time. In: Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association 2, S. 2–91.

Maudlin, Tim, 2002: Thoroughly Muddled McTaggart. Or, How to Abuse Gauge Freedom to Create Metaphysical Monostrosities. In: Philosophers' Imprint 2, S. 1–19.

McGuire, J. E., 1978: Newton on Place, Time, and God. An Unpublished Source. In: British Journal for the History of Science 11, S. 113–129.

Minkowski, Hermann, 1909: Raum und Zeit. In: Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 1908/1909. Leibzig: Teubner, S. 75–88.

Möbius, Ferdinand August, 1827: Der barycentrische Calcul, ein neues Hülfsmittel zur analytischen Behandlung der Geometrie, dargestellt und insbesondere auf die Bildung neuer Classen von Aufgaben und die Entwickelung mehrerer Eigenschaften der Kegelschnitte angewendet. Leipzig: Barth. [Neudr. in Möbius, 1885, vol. 1].

Möbius, Ferdinand August, 1863: Theorie der elementaren Verwandtschaft. In: Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathematisch-physik. Klasse 17, S. 31–68.

Möbius, Ferdinand August, 1885: Gesammelte Werke. Hrsg. von Felix Klein, Richard Baltzer und Wilhelm Scheibner. Leipzig: Hirzel.

Mongré, Paul, 1898: Das Chaos in kosmischer Auslese. Ein erkenntniskritischer Versuch. Leipzig: Naumann.

Moore, Gregory H., 2007: The Evolution of the Concept of Homeomorphism. In: Historia Mathematica 34, S. 333–343.

Nerlich, Graham, 1994: What Spacetime Explains. Metaphysical Essays on Space and Time. Cambridge: Cambridge Univ. Press.

Newton, Isaac, 1687: Philosophiae naturalis principia mathematica. 1. Aufl. London: jussi Societatus Regiae ac typis Josephi Streater; prostat apud plures bibliopolas.

Newton, Isaac, 1962: Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton. A Selection from the Portsmouth Collection in the University Library, Cambridge. Hrsg. von Alfred Rupert Hall. Cambridge: Cambridge Univ. Press.

Norton, John D., 1984: How Einstein found his Field Equations. 1912–1915. In: Historical Studies in the Physical Sciences 14, S. 253–316.

Norton, John D., 1995: Did Einstein Stumble? The Debate over General Covariance. In: Erkenntnis 42, S. 223–245.

Norton, John D., 1999: Geometries in Collision. Einstein, Klein and

Riemann. In: Gray, Jeremy (Hg.): The Symbolic Universe. Oxford/ New York: Oxford University Press, S. 128–144.
Norton, John D., 2003: General Covariance, Gauge Theories, and the Kretschmann Objection. In: Brading, Katherine; Castellani, Elena (Hg.): Symmetries in Physics. Philosophical Reflections. Cambridge: Cambridge University Press, S. 110–123.
O'Raifeartaigh, Lochlainn und Norbert Straumann, 2000: Gauge theory. Historical Origins and Some Modern Developments. In: Reviews of Modern Physics 72, S. 1–23.
Pais, Abraham, 1982: Subtle is the Lord. The Science and the Life of Albert Einstein. New York: Oxford University Press.
Poincaré, Henri, 1891: Les géométries non euclidiennes. In: Revue générale des sciences pures et appliquées 2, S. 769–774. [Neudr. in Poincaré, 1902, ch. 3].
Poincaré, Henri, 1895: Analysis Situs. In: Journal de l'École Polytechnique 2, S. 1–123.
Poincaré, Henri, 1902: La science et l'hypothèse. Paris: Flammarion.
Poincaré, Henri, 1903: L'espace et ses trois dimensions. In: Revue de métaphysique et de morale 11, S. 281–301.
Poincaré, Henri, 1905: La valeur de la science. Paris: Flammarion.
Poincaré, Henri, 1906a: Der Wert der Wissenschaft. Hrsg. von Emilie Weber und Heinrich Weber. Leipzig: B.G. Teubner.
Poincaré, Henri, 1906b: Sur la dynamique de l'électron. In: Rendiconti del circolo matematico di Palermo 21, S. 129–176.
Poincaré, Henri, 1906c: Wissenschaft und Hypothese. Leipzig: Teubner.
Poincaré, Henri, 1907: La relativité de l'espace. In: Année psychologique 13, S. 1–17.
Poincaré, Henri, 1908: Science et méthode. Paris: Flammarion.
Poincaré, Henri, 1912: L'espace et le temps. In: Scientia (Rivista di Scienza) 12, S. 159–170.
Poincaré, Henri, 1913a: Dernières pensées. Paris: E. Flammarion.
Poincaré, Henri, 1913b: Letzte Gedanken. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft.
Poncelet, Jean-Victor, 1822: Traité des propriétés projectives des figures. Paris: Gauthier-Villars.
Reich, Karin, 1994: Die Entwicklung des Tensorkalküls. Vom absoluten Differentialkalkül zur Relativitätstheorie. Berlin: Birkhäuser.

Reichenbach, Hans, 1922: Der gegenwärtige Stand der Relativitätsdiskussion. Eine kritische Untersuchung. In: Logos 22, S. 316–378. [Neudr. in Reichenbach, 1977, III].

Reichenbach, Hans, 1977: Gesammelte Werke in 9 Bänden. Hrsg. von Andreas Kamlah und Maria Reichenbach. Braunschweig: Vieweg.

Renn, Jürgen und John Stachel, 2007: Hilbert's Foundation of Physics. From a Theory of Everything to a Constituent of General Relativity. In: Renn, Jürgen; Janssen, Michel (Hg.): The Genesis of General Relativity. Dordrecht: Springer, S. 857–972.

Ricci-Curbastro, Gregorio, 1884: Principii di una teoria delle forme differenziali quadratiche. In: Annali di Matematica Pura ed Applicata 12, S. 135–167. [Neudr. in Ricci-Curbastro, 1956/1957, I, 138–171].

Ricci-Curbastro, Gregorio, 1888: Delle derivazioni covarianti e controvarianti e del loro uso nella analisi applicata. In: Studi editi dalla Università di Padova a commemorare l'ottavo centenario della Università di Bologna. Bd. 3. Padova: Tip. del Seminario, S. 3–23. [Neudr. in Ricci-Curbastro, 1956/1957, I, S. 245–267].

Ricci-Curbastro, Gregorio, 1892: Résumé de quelques travaux sur les systèmes variables de fonctions. In: Bulletin des sciences mathématiques 16, S. 167–189. [Neudr. in Ricci-Curbastro, 1956/1957, I, S. 288–310].

Ricci-Curbastro, Gregorio, 1893: Di alcune applicazioni del Calcolo differenziale assoluto alla teoria delle forme differenziali quadratiche binarie e dei sistemi a due variabili. In: Atti dell'Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti 7.4, S. 1336–1364. [Neudr. in Ricci-Curbastro, 1956/1957 I, S. 311–335].

Ricci-Curbastro, Gregorio, 1956/1957: Opere. Hrsg. von Unione matematica italiana e col contributo del Consiglio nazionale delle ricerche. Roma: Cremonese.

Rickles, Dean, 2008: Symmetry, Structure and Spacetime. Amsterdam: Elsevier.

Riemann, Bernhard, 1854/1868: Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen (aus dem Nachlass des Verfassers mitgetheilt durch R. Dedekind). In: Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen 13, S. 132–152. [Neudr. in Riemann, 1876].

Riemann, Bernhard, 1861/1876: Commentatio mathematica, qua respondere tentatur quaestioni ab Illma Academia Parisiensi propositae.

In: Weber, Heinrich; Dedekind Richard (Hg.): Bernhard Riemann's Gesammelte Mathematische Werke. Leipzig: Teubner.
Riemann, Bernhard, 1876: Bernhard Riemann's gesammelte mathematische Werke und wissenschaftlicher Nachlass. Hrsg. von Heinrich Weber und Richard Dedekind. Leipzig: Teubner.
Riemann, Bernhard, 1892: Gesammelte mathematische Werke und wissenschaftlicher Nachlass. Hrsg. von Richard Dedekind. 2. Aufl. Leipzig: Teubner.
Roberts, John T., 2003: Leibniz on Force and Absolute Motion. In: Philosophy of Science 70, S. 553–573.
Rovelli, Carlo, 2004: Quantum gravity. Cambridge: Cambridge University Press.
Rowe, David E., 1989: Klein, Lie, and the Geometric Background of the Erlangen Program. In: Rowe, David (Hg.): The History of Modern Mathematics. Proceedings of the Symposium on the History of Modern Mathematics. Volume 1. Boston: Academic Press, S. 209–273.
Rowe, David E., 1997: German Mathematics and the Early Mathematical Career of Felix Klein. In: Hunger Parshall, Karen; Rowe, David E. (Hg.): The Emergence of the American Mathematical Research Community, 1876–1900. J. J. Sylvester, Felix Klein, and E. H. Moore. Providence, R. I.: American Mathematical Society.
Ryckman, Thomas, 1992: (P)oint-(C)oincidence Thinking. The Ironical Attachment of Logical Empiricism to General Relativity. In: Studies in History and Philosophy of Modern Physics 23, S. 471–497.
Ryckman, Thomas, 2005: The Reign of Relativity. Philosophy in Physics 1915–1925. Oxford/New York: Oxford University Press.
Rynasiewicz, Robert, 1994: The Lessons of the Hole Argument. In: The British Journal for the Philosophy of Science 45, S. 407–436.
Rynasiewicz, Robert, 1996: Absolute Versus Relational Space-Time. An Outmoded Debate? In: The Journal of Philosophy 93, S. 279–306.
Rynasiewicz, Robert, 1999: Kretschmann's Analysis of Covariance and Relativity Principles. In: Goenner, Hubert (Hg.): The Expanding Worlds of General Relativity. Basel: Birkhäuser, S. 431–462.
Saunders, Simon, 2002: Indiscernibles, General Covariance, and other Symmetrie. In: Renn, Jürgen; Howard, Don (Hg.): Revisiting the Foundations of Relativistic Physics. Festschrift in Honour of John Stachel. Boston/London: Kluwer, S. 151–173.

Schlick, Moritz, 1917a: Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. Zur Einführung in das Verständnis der allgemeinen Relativitätstheorie. Berlin: Springer. [Neudr. in Schlick, 2006, vol. II].
Schlick, Moritz, 1917b: Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. Zur Einführung in das Verständnis der allgemeinen Relativitätstheorie. In: Die Naturwissenschaften 5, S. 162–186. [Neudr. in Schlick, 2006, vol. II].
Schlick, Moritz, 1918: Allgemeine Erkenntnislehre. Naturwissenschaftliche Monographien und Lehrbücher. Berlin: J. Springer. [Neudr. in Schlick, 2006, vol. I].
Schlick, Moritz, 1919: Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. Zur Einführung in das Verständnis der Relativitäts- und Gravitationstheorie. 2. Aufl. Berlin: Springer. [Neudr. in Schlick, 2006, vol. II].
Schlick, Moritz, 1920a: Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. Zur Einführung in das Verständnis der allgemeinen Relativitätstheorie. 3. Aufl. Berlin: Springer. [Neudr. in Schlick, 2006, vol. II].
Schlick, Moritz, 1920b: Space and Time in Contemporary Physics, an Introduction to the Theory of Relativity and Gravitation. Hrsg. von Henry L. Brose. Oxford/New York: Oxford University Press.
Schlick, Moritz, 1922: Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. Zur Einführung in das Verständnis der allgemeinen Relativitätstheorie. 3. Aufl. Berlin: Springer. [Neudr. in Schlick, 2006, vol. II].
Schlick, Moritz, 2006: Gesamtausgabe. Hrsg. von Friedrich Stadler und Hans Jürgen Wendel. Berlin: Springer.
Schneider, Martin, 1988: Funktion und Grundlegung der Mathesis Universalis. In: Studia Leibnitiana (Sonderheft) 15, S. 162–182.
Scholz, Erhard, 1979: Geschichte des Mannigfaltigkeitsbegriffs von Riemann bis Poincaré. Boston, Basel/Stuttgart: Birkhäuser.
Scholz, Erhard, 1982: Riemanns frühe Notizen zum Mannigfaltigkeitsbegriff und zu den Grundlagen der Geometrie. In: Archive for History of Exact Sciences 27, S. 213–232.
Scholz, Erhard, 1992: Riemann's Vision of a New Approach to Geometry. In: Flament, Dominique; Salanskis, Jean-Michel (Hg.): 1830–1930. A Century of Geometry. Epistemology, History and Mathematics. Berlin/New Berlin/New York: Springer, S. 22–34.
Scholz, Erhard, 2004: Hermann Weyl's Analysis of the ‚Problem of Space' and the Origin of Gauge Structures. In: Science in Context 17, S. 165–197.

Scholz, Erhard, 2008: Weyl Geometry in Late 20th Century Physics. In: Rowe, David E. (Hg.): Beyond Einstein. Proceedings Mainz Conference September 2008. Birkhäuser: Basel. [im Erscheinen].

Sklar, Lawrence, 1974: Space, Time, and Spacetime. Berkeley: University of California.

Stachel, John, 1980: Einstein's Search for General Covariance, 1912–1915. Gelesen auf der neunten internationalen Konferenz zu ‚General Relativity and Gravitation', Jena 1980. [Neudr. in Stachel, 2002, 301–337].

Stachel, John, 1993: The Meaning of General Covariance. The Hole Story. In: Erman, John (Hg.): Philosophical Problems of the Internal and External Worlds. Essays on the Philosophy of Adolf Grünbaum. Pittsburgh-Konstanz series in the philosophy and history of science. Pittsburgh: Univ. of Pittsburgh Pr., S. 129–160.

Stachel, John, 2002: Einstein from ‚B' to ‚Z'. Einstein Studies 9. Boston: Birkhäuser.

Stein, Howard, 1967/1970: Newtonian Space-Time. In: Palter, Robert (Hg.): The Annus mirabilis of Sir Isaac Newton, 1666–1966. Cambridge (Ma.)/London: The MIT Press, S. 254–284.

Steiner, Jakob, 1832: Systematische Entwicklung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander. Mit Berücksichtigung der Arbeiten alter und neuer Geometer über Porismen, Projections-Methoden, Geometrie der Lage, Transversalen, Dualität und Reciprocität, etc. Berlin: Fincke.

Straumann, Norbert, 1987: Zum Ursprung der Eichtheorien bei Hermann Weyl. In: Physikalische Blätter 43, S. 414–421.

Vizgin, Vladimir Pavlovich, 1994: Unified Field Theories in the First Third of the 20th Century. Boston, Basel/Stuttgart: Birkhäuser.

Wald, Robert M., 1984: General relativity. Chicago: Univ. of Chicago Press.

Weinstein, Steven, 1999: Gravity and Gauge Theory. In: Philosophy of Science 66, S. 146–155.

Weyl, Hermann, 1918a: Gravitation und Elektrizität. In: Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, S. 465–480. [Neudr. in Weyl, 1968, II, Doc. 31].

Weyl, Hermann, 1918b: Raum, Zeit, Materie. Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie. Berlin: Springer.

Weyl, Hermann, 1919: Eine neue Erweiterung der Relativitätstheorie.

In: Annalen der Physik 59, S. 101–133. [Neudr. in Weyl, 1968, II, Doc. 34].

Weyl, Hermann, 1920/21: Die Einsteinsche Relativitätstheorie. In: Schweizerland/Schweizerische Bauzeitung. [Neudr. in Weyl, 1968, II, Doc. 39].

Weyl, Hermann, 1921: Das Raumproblem. In: Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung 30, S. 92–93.

Weyl, Hermann, 1922a: Das Raumproblem. In: Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung 31, S. 205–221.

Weyl, Hermann, 1922b: Die Relativitätstheorie auf der Naturforscherversammlung. In: Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung 31, S. 51–63. [Neudr. in Weyl, 1968, II, Doc. 52].

Weyl, Hermann, 1923: Mathematische Analyse des Raumproblems. Vorlesungen gehalten in Barcelona und Madrid. Berlin: Springer.

Weyl, Hermann, 1924: Massenträgheit und Kosmos. Ein Dialog. In: Naturwissenschaften 12, S. 197–204. [Neudr. in Weyl, 1968, II, Doc. 65].

Weyl, Hermann, 1925/1988: Riemanns geometrische Ideen, ihre Auswirkung und ihre Verknüpfung mit der Gruppentheorie. New York, Berlin/Heidelberg: Springer.

Weyl, Hermann, 1927: Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft. München/Berlin: Oldenbourg.

Weyl, Hermann, 1928: Gruppentheorie und Quantenmechanik. Leipzig: Hirzel.

Weyl, Hermann, 1929a: Elektron und Gravitation. In: Zeitschrift für Physik 56, S. 330–352. [Neudr. in Weyl, 1968, III, Doc. 85].

Weyl, Hermann, 1929b: Gravitation and the Electron. In: Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 15, S. 323–334. [Neudr. in Weyl, 1968, III, Doc. 84].

Weyl, Hermann, 1929c: Gravitation and the Electron. In: The Rice Institute Pamphlet 16, S. 280–295.

Weyl, Hermann, 1930: Felix Kleins Stellung in der mathematischen Gegenwart. In: Die Naturwissenschaften 18, S. 4–20.

Weyl, Hermann, 1931: Geometrie und Physik. In: Die Naturwissenschaften 19, S. 49–58. [Neudr. in Weyl, 1968, III, Doc. 93].

Weyl, Hermann, 1934: Mind and Nature. Philadelphia: University of Pennsylvania Press. [Neudr. in Weyl, 2009, Ch. 5].

Weyl, Hermann, 1938: Symmetry. In: Journal of the Washington Academy of Sciences 28, S. 253–271. [Neudr. in Weyl, 1968].

Weyl, Hermann, 1939: The Classical Groups. Their Invariants and Representations. Princeton: Princeton University Press.

Weyl, Hermann, 1951: 50 Jahre Relativitätstheorie. In: Die Naturwissenschaften 38, S. 73–83. [Neudr. in Weyl, 1968, III, Doc. 149].

Weyl, Hermann, 1952: Symmetry. Princeton: Princeton Univ. Press.

Weyl, Hermann, 1968: Gesammelte Abhandlungen. Hrsg. von Komaravolu Chandrasekharan. 4 Bde. Berlin: Springer.

Weyl, Hermann, 1990: Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft. München: Oldenbourg.

Weyl, Hermann, 2009: Mind and Nature. Selected Writings on Philosophy, Mathematics, and Physics. Hrsg. von Peter Pesic. Princeton: Princeton Univ. Press.

Yang, Chen-Ning, 1980: Einstein's Impact on Theoretical Physics. In: Physics Today 33, S. 42.

Yang, Chen-Ning, 1986: Hermann Weyl's Contribution to Physics. In: Yang, Chen-Ning u. a. (Hg.): Hermann Weyl. 1885–1985 Centenary Lectures. Berlin: Springer.

Yang, Chen-Ning und R. L. Mills, Okt. 1954: Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance. In: Physical Review Letters 96, S. 191–195.